Universidad de Buenos Aires

Curso de Ingreso a las Escuelas de Educación Media

Curso de ingreso para el ciclo lectivo **2010**



Matemática

Universidad de Buenos Aires

Curso de ingreso a las escuelas de educación media para el ciclo lectivo 2010

Rector
Dr. Rubén Hallú

Vicerrectora
Dra. Beatriz Guglielmotti

Secretaria Asuntos Académicos
Dra. Edith Litwin

Dirección del Curso de Ingreso

Secretaria Asuntos Académicos
Dra. Edith Litwin

Rectora del CNBA
Prof. Virginia González Gass

Rector de la ESCCP
Lic. Héctor O. Pastorino

Coordinador General del Curso de Ingreso
Prof. Gustavo Fabián J. Zorzoli

Área Matemática

Coordinación de Matemática
Elsa Beatriz García Argiz

Autores
Elsa Beatriz García Argiz (CNBA)
Isabel Giuggiolini (CNBA)
Ana María Mastroianni (ESCCP)
Mariela Alicia Miguiarra (CNBA)
Guido Hugo Negrín Muñiz (ESCCP)
Fabiana Tasca (ESCCP)

Este texto es el resultado de una reelaboración de las guías de Matemática del Curso de Ingreso de los años anteriores cuyos autores fueron Ana María Mastroianni y Guido Hugo Negrin Muniz. La información y la incorporación de nuevas propuestas estuvo a cargo de las profesoras Elsa Beatriz García Argiz, Isabel Giuggiolini, Ana María Mastroianni, Mariela Alicia Miguiarra y Fabiana Tasca.

Diseño
estudiomym@fibertel.com.ar

Fotografía de tapa
Jorge Penedo (ESCCP)
Juan Zabala (CNBA)

Imprenta
xxxxxx

Para que tengas en cuenta...

1. Se trabajará durante el curso con este texto de acuerdo con las pautas que irá dando el docente.

2. En cada clase se desarrollarán los temas del día que serán trabajados y profundizados en el aula mediante actividades que se entregarán en el momento, quedando "**Para que lo intentes sólo**" y "**Más problemas**" de tarea según te indique el docente. Cualquier duda podrá ser consultada con el docente.

3. Necesitarás un cuaderno o carpeta para trabajar y guardar las actividades que realices en clase.

4. Los " * " que aparecen en algunos problemas indican que éstos han sido tomados en parciales de matemática de los Cursos de Ingreso de otros años.

5. <u>No podrás usar calculadora durante las clases correspondientes a los dos primeros bloques ni en la primera evaluación.</u>

6. <u>Podrás usar calculadora científica durante las clases correspondientes a los bloques 3,4 ,5 y 6 al igual que en la segunda y tercera evaluación.</u>

7. Se deberá concurrir a clase y a los parciales, con los útiles de geometría que, al igual que la calculadora (segunda y tercera evaluación), no se podrán compartir en los exámenes, con otros chicos.

8. En los parciales se deberá:

- colocar el nombre y apellido, en el lugar indicado en la carátula;
- en el resto del examen, así como en la hoja borrador, <u>no podrá aparecer ninguna señal que permita la identificación de la prueba;</u>
- contestar exclusivamente lo que se pregunta y, en el lugar destinado para ello.
- se tendrá una hoja borrador para resolver los problemas, que se deberá entregar con el parcial;
- escribir con bolígrafo de tinta azul o negra.

<u>No se evaluarán respuestas en lápiz.</u>
<u>Se podrá tachar prolijamente.</u>
<u>No está permitido el uso de corrector líquido.</u>
<u>No se aceptarán reclamos sobre respuestas en las que aparezcan borrones, tachaduras o enmiendas.</u>

9. La hoja borrador no se tendrá en cuenta en la evaluación, por lo tanto, en ella se podrá trabajar en lápiz.

10. El día que se muestran los parciales sólo se podrá tener sobre el pupitre una calculadora.

11. Las dudas y/o reclamos sobre el parcial se podrán consultar al responsable de Matemática, el día que se muestra el mismo.

¡Buena suerte! ¡A trabajar!

Objetivos

Que los alumnos logren desarrollar de manera activa, cooperativa y participativa, la construcción de los conocimientos contemplando:

- el desarrollo de destrezas operatorias y constructivas;
- la organización, representación e interpretación de información;
- el manejo de conceptos, propiedades, algoritmos y nomenclatura específica;
- la elección del recurso matemático más eficaz para resolver un problema;
- la predicción de resultados y la validación de los mismos;
- el reconocimiento y valoración de las propias competencias matemáticas.

Contenidos

Unidad 1:
Números naturales: operaciones. Traducción de enunciados. Estrategias de resolución de problemas. Divisibilidad en el conjunto de los números naturales. División entera. Divisores y múltiplos. Criterios de divisibilidad. Números primos. Factorización. Resolución de problemas. Cálculo mental. Representación en la recta numérica. Desigualdades. Tablas y gráficos.

Unidad 2:
Números racionales no negativos. Fracciones. Distintos significados de las fracciones. Representaciones. Ordenamiento de fracciones. Fracciones equivalentes. Fracciones irreducibles. Operaciones. Inverso multiplicativo de una fracción. Propiedad distributiva. Expresión decimal de un número racional. Aproximación por redondeo. Representación sobre la recta. Cálculo mental.

Unidad 3:
Porcentaje. Tablas y gráficos: lectura e interpretación. Resolución de problemas.

Unidad 4:
Nociones básicas de geometría. Paralelismo y perpendicularidad en el plano. Teorema de pitágoras. Figuras planas: ángulos, polígonos, circunferencia y círculo. Clasificación de ángulos. Bisectriz de un ángulo. Mediatriz de un segmento. Clasificación de triángulos. Propiedades. Cuadriláteros. Propiedades. Copia y dictado de figuras. Construcciones con regla y compás. Resolución de problemas. Sistemas de medidas de longitud y superficie. Sistema sexagesimal. Perímetro y áreas.

Unidad 5:
Lenguaje algebraico. Concepto de ecuación. Traducción del lenguaje coloquial al algebraico y viceversa. Resolución, estimación de resultados y validación de los mismos. Resolución de problemas.

Nota:

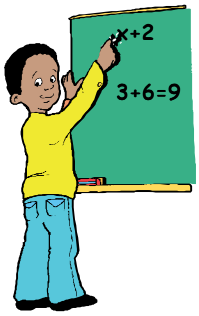
- Las clases integrarán contenidos de distintas unidades del programa.
- Las evaluaciones serán acumulativas.

Indice temático

NÚCLEO TEMÁTICO 3

Núcleo Temático 1

NÚMEROS NATURALES



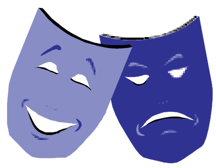
*En las primeras clases trabajaremos con los números naturales, que los simbolizamos con la letra **N**.*

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ... }

Los números 1, 2, 3, 4, ..., son los que desde la antigüedad se utilizaron para contar objetos. El número 0 recién aparece en la India en una inscripción del año 876 y es introducido por los árabes en Europa en el siglo XII.

En la escuela todos hemos trabajado con los números naturales, haciendo cuentas y resolviendo problemas.

Por ejemplo:



Ana, Marta, Susana y Laura fueron a comprar entradas para ir al teatro. Como Marta no llevó dinero, Ana puso $38, Susana $46 y Laura $28 para poder comprar las cuatro entradas.

- ¿Cuánto dinero debe devolver Marta a cada una de sus amigas?

El valor de las cuatro entradas es $38 + $46 + $28 = $112, entonces cada entrada cuesta $28 (112 : 4).

*Por lo tanto, como **Ana** puso $38, Marta **le tendrá que devolver $10** (38 – 28). **A Susana le devolverá $18** (46 – 28) y **a Laura**, que puso exactamente el valor de la entrada, **no le devolverá nada.***

Otro ejemplo:

Brenda y Fernanda fueron a la librería. Brenda compró cuatro marcadores y dos carpetas y Fernanda compró un cartucho de tinta.

- Brenda pagó por su compra $34. Cada carpeta cuesta $5 más que cada marcador.

¿Cuál es el precio de cada carpeta?

Como el precio de cada carpeta es igual al precio de un marcador más $5, si al dinero total que Brenda pagó le restamos lo que pagó de más por las dos carpetas, obtenemos el precio de seis marcadores.

*O sea, seis marcadores valen $24 (34 – 2.5), entonces el precio de un marcador es $4 (24 : 6). Entonces **cada carpeta cuesta** $4 + $5 = **$9.***

▶ El cartucho que compró Fernanda no le sirvió y volvió a cambiarlo. Agregó $5 y en su lugar llevó tres resmas de papel. El precio del cartucho supera al de cada resma en $25.
¿Cuánto pagó por cada resma?

Como el precio del cartucho es $25 más que el de la resma, al devolver el cartucho, Fernanda obtiene una resma más $25. Entonces al sumarle $5 obtiene el valor de dos resmas. O sea, dos resmas valen $30, por lo tanto ***una resma cuesta $15*** *(30:2).*

◈ *Para que lo intentes solo...*

1.

a) Néstor va al quiosco con 3 billetes de $2, 4 de $5 y 7 monedas de $1. Compra 4 chocolates de $2 cada uno, 5 latas de gaseosa a $3 cada una y un paquete de galletitas a $4. ¿Con cuánto dinero vuelve?

b) Julieta compró cinco entradas para el teatro. Pagó con un billete de $100 y dos de $20; le devolvieron un billete de $5 y uno de $10. ¿Cuánto costó cada entrada?

2. Pilar compró un ramo de margaritas. Del total de las flores tiró 5 pues estaban marchitas. De las restantes, puso la mitad en un florero y con las que le quedaron armó 3 ramitos de 4 flores cada uno y le sobraron 3. ¿Cuántas margaritas tenía el ramo que compró Pilar?

3. Un comerciante compró 8 docenas y media de copas a $3 cada una; 3 de las copas se rompieron y 6 que tenían una pequeña falla, las vendió a $4 cada una. ¿A cuánto habrá vendido cada una de las copas restantes si obtuvo una ganancia total de $369?



4.

a) Un grupo de amigos sale de compras, pues es la semana de las rebajas. Compraron remeras a $32 cada una, pantalones a $78 cada uno y zapatillas a $104 cada par. Pedro compró la misma cantidad de remeras que de pantalones. Completá la tabla teniendo en cuenta la información que se suministra.

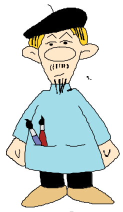
	Cantidad de artículos comprados			
Comprador	**Remeras**	**Pantalones**	**Pares de zapatillas**	**Gasto total**
Alexis	3	1	2	
Julia	4		1	$388
Pedro			1	$434

b) María compró zapatillas y remeras solamente. La cantidad de remeras que ella compró es el doble de la cantidad de pares de zapatillas y gastó menos de $600. ¿Cuánto dinero pudo haber gastado María? *Escribí todas las posibilidades.*

5. Emma compró un juego de sábanas y una toalla, pagó por todo \$115. El juego de sábanas cuesta \$27 más que la toalla. ¿Cuál es el precio del juego de sábanas?

6. Pedro gana \$1350 por mes. Si gasta \$13700 por año, ¿cuánto dinero tendrá ahorrado dentro de dos años?

7. Federico vendió 6 de sus cuadros más famosos. Cuando los puso a la venta deseaba obtener por cada uno la misma cantidad de dinero, pero la realidad superó sus expectativas, sólo 2 de los 6 cuadros los vendió al precio deseado, 3 los vendió al doble de lo esperado y al otro por \$500 más. Si obtuvo en total \$14000, ¿a cuánto vendió cada cuadro?



8. Tomás, Micaela y Lucas quieren comprar helado. Tomás va a comprarlo, Micaela le da \$10 y Lucas \$20. Tomás vuelve con el helado y le devuelve \$2 a Lucas. Si cada uno de los tres pone la misma cantidad de dinero y Tomás sólo puso su parte,
a) ¿cuánto dinero le tiene que dar Micaela a Lucas?
b) ¿cuánto costó el helado?



PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES Y CÁLCULO MENTAL

▶ En el stand ***"TODO A \$49",*** Fabiana, aprovechando las ofertas, compró 3 camisas y 2 polleras. ¿Cuánto gastó Fabiana?

En las camisas gastó 3 . 49 pesos y en las polleras 2 . 49 pesos, por lo tanto, en total gastó \$245 (3 . 49 + 2 . 49 = 147 + 98 = 245).

Otra forma de resolver el problema podría ser pensar en la cantidad de prendas que compró por \$49. O sea, (3 + 2) . 49 = 5 . 49 = 245, luego ***gastó \$245****.*

Observemos que operando de distinta forma llegamos al mismo resultado,

$$(3 + 2) . 49 = 3 . 49 + 2 . 49.$$

Lo que hicimos fue ***distribuir*** *el 49. Esta propiedad se llama* ***propiedad distributiva****.*

Enunciemos algunas propiedades de las operaciones.

- Asociativa de la suma: (a + b) + c = a + (b + c)
- Asociativa de la multiplicación: (a . b). c = a .(b . c)
- Conmutativa de la suma: a + b = b + a
- Conmutativa de la multiplicación: a . b = b . a
- Distributiva de la multiplicación respecto de la suma: (a + b). c = a.c + b.c
- Distributiva de la multiplicación respecto de la resta: (a - b). c = a.c - b.c

A veces, utilizamos estas propiedades para generar ***estrategias*** *que nos ayuden a simplificar los cálculos.*

▶ *Para resolver una suma de varios sumandos se puede* ***conmutar*** *y* ***asociar*** *pares de ellos de un modo más conveniente, por ejemplo:*

20

7 + 14 + 3 + 5 + 6 + 5 + 11 +30 +9 = 10 + 20 + 10 + 20 + 30 = 90

10 10 20

▶ *De la misma manera podemos trabajar con la multiplicación.*

160

25 . 32 . 4 . 5 = 100 . 160 = 16000

100

▶ *Para calcular 102 . 65, podemos pensar a 102 como 100 + 2,*

luego,

102 . 65 = (100 + 2) . 65

102 . 65 = 100 . 65 + 2 . 65

102 . 65 = 6500 + 130 = 6630

▶ *Para calcular 5 . 49, podemos pensar a 49 como 50 – 1,*

entonces,

5 . 49 = 5 . (50 – 1)

5 . 49 = 5 . 50 – 5 . 1

5 . 49 = 250 – 5 = 245

Otra manera de calcular 5 . 49 es pensar al 5 como 10 : 2,

por lo tanto,

5 . 49 = 49 . 5 = 49 . 10 : 2 = 490 : 2 = 245

◈ ***Para que lo intentes solo...***

9. Utilizando estrategias similares a las vistas anteriormente, calculá:

a) 23 + 12 +17 + 9 +8 = **b)** 13 . 5 .3 . 2 =

c) 12 . 35 = **d)** 98 . 5 = **e)** 225 : 5 =

10. A partir de 2 . 14 = 28, hallá los resultados de los cálculos indicados.

a) 8 . 14 = **b)** 7 . 14 = **c)** 9 .14 = d) 12 . 14 =

11. Decidí , sin hacer cuentas, cuáles de los siguientes cálculos dan el mismo resultado que **2 . (113 + 62) – 45 : 5.** *Marcalos con una X.*

☐ 2 . (113 + 62 – 45) : 5 ☐ 2 . 113 + 2 . 62 – 45 : 5

☐ 2 . 113 + 62 – 15 ☐ 2 . (113 + 62 – 45 : 5) ☐ (113 + 62). 2 - 45 : 5

12. En cada caso, utilizá el cálculo conocido para hallar el valor del cálculo propuesto.

a) Como **3 . 20 = 60**, entonces 3 . 19 = ……………….

b) Como **5 . 30 = 150**, entonces 5 . 31 = ………………..

c) Como **3 . 65 = 195**, entonces 6 . 65 = ………………..

d) Como **4 . 54 = 216**, entonces 2 . 54 = ………………..

El método que usaban los egipcios para multiplicar se basaba en la duplicación.

17 …………………	1
34 …………………	2
68 …………………	4
136 …………………	8
272 …………………	***16***

Para multiplicar 17. 13, operaban de la siguiente manera:

Escribían dos columnas, una comenzando con uno de los factores, por ejemplo, el 17 y la otra con el 1.

El proceso consiste en ir duplicando el número de cada columna hasta que la que comenzó con 1 supere al segundo factor, o sea, el 13.

Buscamos ahora en la segunda columna los números que, sumados, den 13. En este caso: 8 , 4 y 1 (8 + 4 + 1 = 13). Sumando los números correspondientes de la primera columna (136, 68 y 17) obtenemos el resultado de la multiplicación: 136 + 68 + 17 = 221 = 17 . 13.

Observá que no es necesario escribir la última fila porque el doble de 8 es 16 y 16 es mayor que 13.

13. Realizá las siguientes cuentas, con el método que empleaban los **egipcios**.

a) 36 . 21 **b)** 387 . 17 **c)** 24 . 24

14. Diego dice que para multiplicar un número por 15, por ejemplo, 542 . 15, le agrega un cero a 542 y después suma la mitad de lo que le dio: 5420 + 2710 = 8130. Este método, ¿sirve para multiplicar cualquier número por 15? ¿Por qué?

15. En el teatro de la escuela hay 13 filas con 17 asientos cada una. Para calcular cuántos asientos hay, Mercedes, Humberto, Carla y Fernando escribieron los siguientes cálculos:

Mercedes: (10 + 3) . 17 = 10 . 17 + 3 . 17

Humberto: 13 . (10 + 7) = 13 . 10 + 13 . 7

Carla: 13 . (10 + 7) = 130 + 7

Fernando: 13 . (20 – 3) = 13 . 20 – 3

Sofía: (20 – 3) . 13 = 20 . 3 – 3 . 13

Algunos de los chicos se equivocaron en su cálculo, ¿quiénes?

16. Usá propiedades de las operaciones de manera tal que los cálculos siguientes se transformen en otros, fáciles de resolver mentalmente.

a) 498 . 18 = **b)** 76 . 21 = **c)** 12 . 25 . 3 =

17. A partir de los valores de la tabla

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
43	43	86	129	172	215	258	301	344	387	430

da los resultados de las multiplicaciones que aparecen a continuación:

a) 11 . 43 = **b)** 15 . 430 = **c)** 17 . 43 =

d) 29 . 43 = **e)** 34 . 43 =

ORDEN DE LAS OPERACIONES

Recordemos, siguiendo los ejemplos, en qué orden se realizan las operaciones:

▶ *13 – 5 + 3 =*

= 8 + 3 = 11

▶ *18 : 3 : 2 . 5 =*

= 6 : 2 . 5 =

= 3 . 5 = 15

Si al realizar un cálculo aparecen:

- sólo sumas y/o restas,
- sólo multiplicaciones y/o divisiones,

se efectúan las operaciones indicadas en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

▶ *3 . 2 + 8 : 2 – 2 =*

= 6 + 4 – 2 =

= 10 – 2 = 8

▶ *5 . (4 – 1) – (2 + 3) =*

= 5 . 3 – 5 =

= 15 – 5 = 10

Si al realizar un cálculo aparecen sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias y/o raíces, se resuelven:

1°. las operaciones entre paréntesis,
2°. las potencias y/o las raíces,
3°. las multiplicaciones y/o divisiones,
4°. las sumas y/o restas.

▶ *(6 . 5² : 2 – 3) : 2 =*

= (6 . 25 : 2 – 3) : 2 =

= (150 : 2 – 3) : 2 =

= (75 – 3) : 2 =

= 72 : 2 = 36

Para que lo intentes solo...

18. Marcá con una X el resultado correcto.

a) 35 – 4 + 1 – 7 + 8 =

☐ 20 ☐ 17 ☐ 33 ☐ 31

b) 64 : 8 : 4 . 2 =

☐ 1 ☐ 4 ☐ 64 ☐ 32

c) 24 – 6 : 2 . 3 + 1 =

☐ 4 ☐ 16 ☐ 24 ☐ 12

d) 3 . 6 – 4 : 4 – 2 =

☐ 15 ☐ 3 ☐ 16 ☐ 7

19. Uní con una flecha cada expresión con su correspondiente resultado.

6 . 5 – 2 : 2 + 1 =	28
6 . (5 – 2) : (2 + 1) =	30
6 . 5 – (2 : 2 + 1) =	25
6 . (5 – 2 : 2) + 1 =	6

20. Pepita gastó en la librería $25. Después fue a una tienda y quiso comprar 3 metros de una tela que valía $9 el metro, pero le faltaban $6.

a) ¿Cuánto dinero tenía Pepita antes de entrar a la librería?
b) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permite resolver el problema?
Marcalas con una X.

☐ (25 + 9) . 3 – 6 ☐ 25 – (9 . 3 – 6)

☐ 25 + 9 . 3 – 6 ☐ 25 + 9 : 3 – 6

21. Matías tenía 120 figuritas, la tercera parte eran repetidas y se las regala a su hermana. Luego fue al quiosco y compró 20 paquetes que contienen 5 figuritas cada uno, de las cuales 33 ya las tenía. Cuando fue a la escuela pudo cambiar 17.

a) ¿Cuántas figuritas no repetidas tiene ahora Matías?
b) ¿Cuál de las siguientes expresiones permite resolver el problema?
Marcala con una X.

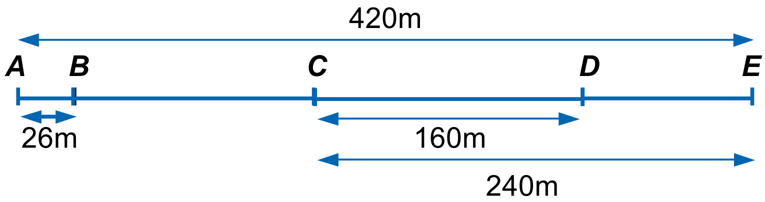
☐ 120 – (120 : 3 + 20 . 5) – 33 + 17

☐ 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – 33 + 17

☐ 120 – 120 : 3 + 20 . (5 – 33) + 17

☐ 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – (33 + 17)

22. Cinco amigos, Andrés, Blanca, Cecilia, Daniela y Eduardo, viven sobre la Av. Córdoba. El esquema muestra la ubicación de sus casas, utilizando la inicial del nombre de cada uno de sus dueños para identificarlas.



a) ¿Cuál es la distancia entre la casa de Daniela y la de Eduardo?

b) Con el siguiente cálculo: 420 – 26 – 240, ¿la distancia entre las casas de qué dos amigos podés calcular?

c)

i. ¿Cuál es la distancia entre la casa de Blanca y la de Daniela?

ii. Marcá con una X las expresiones que te permiten calcular la distancia entre la casa de Blanca y la de Daniela.

☐ 420 – 26 – 240 + 160 ☐ 420 – 26 + 240 – 160

☐ 420 – (26 + 240) + 160 ☐ 420 – 26 – (240 – 160)

d) ¿De cuál de sus amigos vive más cerca Cecilia?

23. Colocá, en cada caso, un paréntesis donde sea necesario para que dé el resultado indicado.

a) 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 25 **b)** 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 14

c) 6 . 2 + 6 : 2 + 1 = 31

24. Colocá los signos "+", "–", "." o ":" que correspondan, para que se cumplan las igualdades. *Puede haber más de una posibilidad.*

a) 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 0 **b)** 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 1

c) 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 2 **d)** 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 3

25. Completá el cuadro con los símbolos de las operaciones "+", "–", "." o ":" y con los números que faltan en los casilleros que corresponda, para que se cumplan las igualdades.

14	–		:	4	=	8
–						+
			:	1	=	6
:		+		.		–
2	+	4	.		=	
=		=		=		=
12	–	16		2	=	4

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

Muchas veces necesitamos traducir al lenguaje simbólico ciertas expresiones coloquiales, por ejemplo:

- El triple de 8 disminuido en la mitad de 14.

  3 . 8 – 14 / 2

> Otras forma de escribir 14 : 2 puede ser 14/2 ó también $\frac{14}{2}$.

- El triple de: 8 disminuido en la mitad de 14.

  3 . (8 – 14 : 2)

- El siguiente del doble de 5.

  2 . 5 + 1

- El doble del siguiente de 5.

  2 (5 + 1)

> Cuando en una multiplicación un número antecede o precede un paréntesis, el signo "." puede no escribirse, por ejemplo:
>
> 2 . (5 + 1) = 2 (5 + 1)

Para que lo intentes solo...

26.

a) Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

El doble de 24 disminuido en la mitad de 6.	(24 – 2 . 6) : 2
La mitad de 24 disminuida en el doble de 6.	2 . 24 – 6 : 2
El doble de: 24 disminuido en la mitad de 6.	2 . (24 – 6 : 2)
La mitad de: 24 disminuido en el doble de 6.	24 : 2 – 2 . 6

b) Realizá los cálculos correspondientes.

27. En un frasco de dulces se colocan caramelos de chocolate, dulce de leche, frutilla, menta y naranja. Hay 15 caramelos de chocolate, el doble de los de chocolate disminuido en cinco son de dulce de leche, los de frutilla son la quinta parte de la suma de los de chocolate y los de dulce de leche. Los de menta son el doble de la diferencia entre los de chocolate y los de frutilla, y finalmente, los de naranja son la diferencia entre el doble de los de chocolate y los de frutilla.

a) Indicá en el casillero que corresponda, con **D**, **F**, **M** o **N** , la expresión que permite calcular la cantidad de caramelos de cada sabor.

☐ 2.(15 – 5) ☐ 2.15 – 5 ☐ 15 + 25 : 5

☐ 2.15 – 8 ☐ (15 + 25) : 5 ☐ 2.(15 – 8)

b) ¿Cuántos caramelos hay en el frasco?

28.

a) ¿Cuáles de los siguientes cálculos da por resultado 42?
Marcalos con una X.

☐ $2 . 5^2 – 2 . 4$ ☐ $(2 . 5)^2 – 2 . 4$ ☐ $2 . (5^2 – 4)$ ☐ $2 . 5^2 – 2^3$

b) Escribí como una única potencia:

i. $8 \cdot 8 =$ **ii.** $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

iii. $5^2 \cdot 5 =$ **iv.** $10^2 \cdot 10^2 =$

$5^2 = 5 \cdot 5$
5^2 se lee cinco al **cuadrado**.

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$
5^3 se lee cinco al **cubo**.

$5^1 = 5$
$5^0 = 1$

Uní con una flecha cada cálculo con el resultado correspondiente.

$2^4 \cdot 2^2 =$	13
$2^5 : 2^3 =$	64
$3^2 \cdot 2^3 =$	72
$3^3 : 3 + 2^2 =$	4

29. Completá la tabla.

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a+b)^2$
2	3				
8	0				
4	6				

*Observá que, en general, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$, (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$). Es decir, la potenciación **no** es distributiva respecto de la suma.*

Como $7^2 = 49$, se dice que la **raíz cuadrada** de 49 es 7
y se escribe $\sqrt{49} = 7$.

30.

a) Completá:

i. $\sqrt{9} =$ ...... , porque ......$^2 = 9$

ii. $\sqrt{64} =$ ...... , porque ......$^2 = 64$

b) Calculá:

i. $\sqrt{36} + \sqrt{64} =$ **ii.** $\sqrt{36+64} =$ **iii.** $\sqrt{25} - \sqrt{9} =$

iv. $\sqrt{25-9} =$ **v.** $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4} =$ **vi.** $\sqrt{36 \cdot 4} =$

31. Completá la tabla.

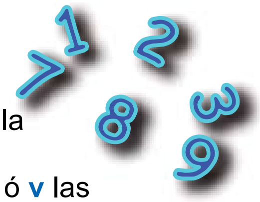
a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}$
16	9				
49	0				
144	25				

*Observá que, en general, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (sólo vale la igualdad si $a = 0$ ó $b = 0$). Es decir, la radicación **no** es distributiva respecto de la suma.*

32.

a) ¿Cuánto es:

i. la mitad del anterior a 31, aumentada en el triple de 4?
ii. la mitad del anterior a: 31 aumentado en el triple de 4?
iii. el cuadrado de: el siguiente de 10 disminuido en la mitad de 4?
iv. el cuadrado del siguiente de 10, disminuido en la mitad de 4?
v. la raíz cuadrada de: el siguiente de10 disminuido en la mitad de 4?



b) Indicá, en los casilleros que corresponda, con **i**, **ii**, **iii**, **iv** ó **v** las expresiones que tienen por resultado los cálculos anteriores.

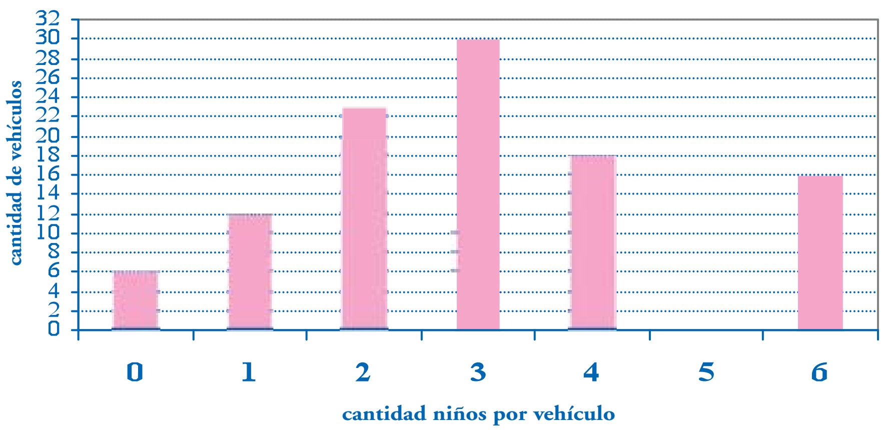
☐ $(10+1-4:2)^2$ ☐ $\dfrac{(10+1)^2-4}{2}$ ☐ $(31+3.4-1):2$ ☐ $\sqrt{10+1-4:2}$

☐ $(10+1)^2-4:2$ ☐ $(31+3.4):2-1$ ☐ $\dfrac{31+3.4-1}{2}$

☐ $(31-1):2+3.4$ ☐ $(10+1)^2-\dfrac{4}{2}$ ☐ $\left(\sqrt{10+1-4}\right):2$

INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS

En la entrada de un parque de diversiones se registró, durante un cierto tiempo, la cantidad de vehículos que ingresó y la cantidad de niños que en cada uno de ellos llegó al parque. El gráfico muestra el resultado de la observación.



De acuerdo con el gráfico:

▶ ¿Cuántos vehículos ingresaron?

Ingresaron 6 vehículos sin niños,
12 con 1 niño,
23 con 2 niños,
30 con 3 niños,
18 con 4 niños,
ninguno con 5 niños y
16 con 6 niños.

*Por lo tanto, **ingresaron 105 vehículos** (6 + 12 + 23 + 30 + 18 + 16).*

▶ ¿Cuántos vehículos llevaban **como mínimo** 4 niños?

*Los vehículos que llevaban como mínimo 4 niños son los que llevaban 4, 5 ó 6 niños, o sea, **34 vehículos** (18 + 16).*

▶ ¿Cuántos vehículos llevaban **a lo sumo** 2 niños?

*Si un vehículo lleva **a lo sumo** 2 niños significa que lleva **como máximo** 2 niños. Por lo tanto, puede llevar dos niños, un niño o ninguno.*

*Entonces son **41 vehículos** (6 + 12 + 23) los que llevan a lo sumo 2 niños.*

▶ En total ingresaron 566 personas, ¿cuántas de ellas eran adultas?

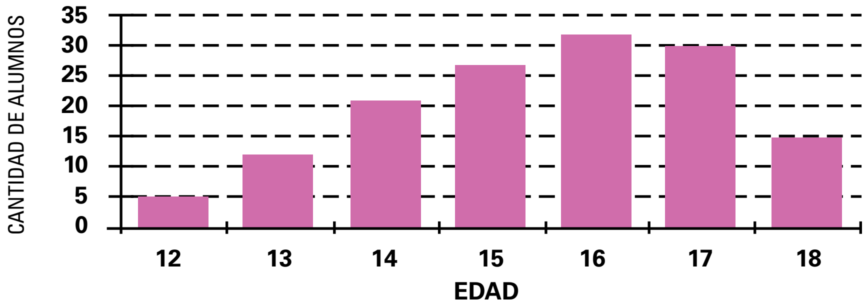
La cantidad de niños que ingresaron es

$$12 \,.\, 1 + 23 \,.\, 2 + 30 \,.\, 3 + 18 \,.\, 4 + 0 \,.\, 5 + 16 \,.\, 6 = 316$$

*Luego, como ingresaron 566 personas, el **total de adultos es 250** (566 – 316).*

◈ *Para que lo intentes solo...*

33. Una agencia de turismo organiza un viaje de estudios a las Cataratas del Iguazú. El gráfico muestra la cantidad de alumnos que viajan, según su edad.



a) En la tabla faltan algunos datos, completala.

Edad	12	13	14	15	16	17	18	Total
Cantidad de alumnos		12	21		32			142

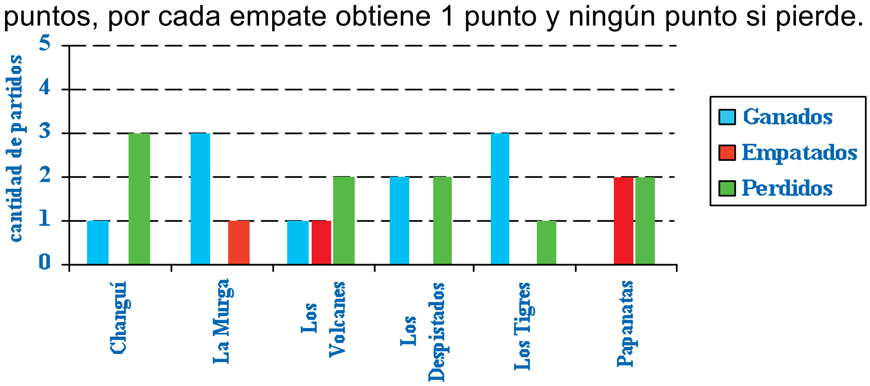
b) El costo por alumno es $710. Por cada 10 alumnos que viajan la agencia no cobra un viaje. Si el descuento se reparte entre todos,

i. ¿cuánto deberá pagar cada alumno?

ii. ¿cuánto pagará en total el grupo de alumnos menores de 15 años?

iii. ¿cuánto el grupo que tiene por lo menos 14 años?

34. En el pueblo de Juan Pedro, se juega un campeonato de fútbol entre los 6 equipos locales. El gráfico muestra la cantidad de partidos ganados, empatados y perdidos hasta la penúltima fecha. Por partido ganado cada equipo obtiene 3 puntos, por cada empate obtiene 1 punto y ningún punto si pierde.



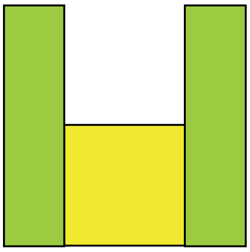
a) ¿Cuántos partidos jugó cada equipo?
b) ¿Cuántos partidos se jugaron hasta esta fecha?
c) Completá la tabla:

Equipos	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Puntaje
Changüí				
La Murga				
Los Volcanes				
Los Despistados				
Los Tigres				
Papanatas				

d) En la última fecha juegan: Changüí vs. Papanatas, La Murga vs. Los Volcanes y Los Despistados vs. Los Tigres. Para que salga campeón Los Tigres, ¿cuáles son los posibles resultados?

PERÍMETRO Y ÁREA

La figura está formada por un cuadrado amarillo y dos rectángulos verdes congruentes. El perímetro del cuadrado es 32cm. La medida de uno de los lados del rectángulo es el doble de la del lado del cuadrado y el otro lado mide la mitad del lado del cuadrado.



▶ ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la figura?

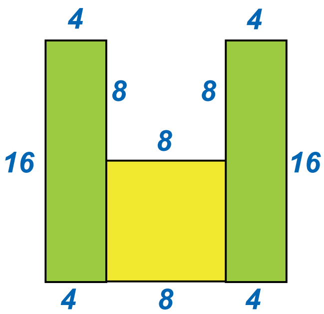
El **perímetro** de una figura es la longitud de su contorno.

Primero calculamos la medida del lado del cuadrado que es 8cm (32:4 = 8). Luego, determinamos las medidas de los lados del rectángulo: el lado mayor mide el doble del lado del cuadrado, o sea, 16cm y el menor mide la mitad, 4cm.

Calcular el perímetro de una figura es calcular la longitud de su contorno, para hacerlo, sumamos las medidas de todos sus lados.

En este caso,

4 . 4 + 2 . 16 + 4 . 8 = 80.



*Por lo tanto, el perímetro de la figura es **80cm**.*

Otra posibilidad podría ser calcular el perímetro de los dos rectángulos, pues los dos lados del cuadrado que forman el contorno de la figura miden lo mismo que los dos lados que le debemos quitar a los dos rectángulos: 2.(2.4 +2.16) = 80.

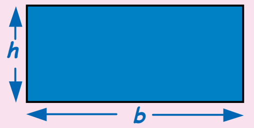
▶ ¿Cuántos centímetros cuadrados mide el área de la figura?

Para calcular el área de una figura, la dividimos en figuras de las cuales conocemos su área.

En este caso, la figura está formada por dos rectángulos y un cuadrado, por lo tanto, el área de la figura es la suma de las áreas de cada rectángulo (4.16 = 64) y la del cuadrado (8. 8 = 64).
Luego, el área de la figura es ***192cm²*** *(2. 64 + 64).*

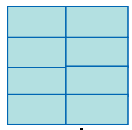
Recordá que:

área rectángulo = b . h



◈ *Para que lo intentes solo...*

35. Isabel quiere confeccionar tarjetas de cartulina de forma rectangular para su cumpleaños. Quiere que un lado de la tarjeta mida el triple del otro y que el lado mayor sea de 15cm.
a) ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la tarjeta?
b) Quiere confeccionar 18 tarjetas para invitar a sus amigos. ¿Cuántos cm^2 de cartulina necesitará para poder confeccionarlas?



36. El cuadrado está dividido en 8 rectángulos congruentes, cada uno de los cuales tiene 42cm de perímetro. ¿Cuál es el área del cuadrado?

37. Para cercar un terreno rectangular con 3 vueltas de alambre se usaron 180m Si el largo del terreno es el doble del ancho, ¿cuánto mide la superficie del terreno?

38. La figura está formada por un triángulo equilátero y un rectángulo. La base del rectángulo es el doble de la altura. ¿Cuál es el perímetro del triángulo si el perímetro de la figura es 350cm?

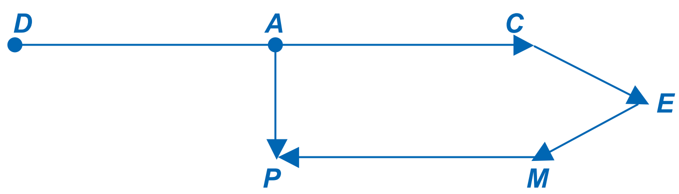


Un triángulo **equilátero** tiene sus tres lados congruentes.

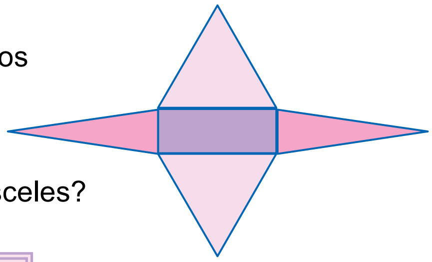
39. El esquema muestra la ubicación de las casas de Ana, Carlos, Esteban, Macarena, Pablo y Daniel.

- Ana vive a mitad de camino entre la casa de Carlos y Daniel.
- La distancia de la casa de Pablo a la de Macarena es el doble de la de ésta a la de Esteban.
- Las viviendas de Carlos, Esteban y Macarena están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero.
- Las viviendas de Ana, Carlos, Macarena y Pablo están ubicadas en los vértices de un rectángulo.

Para ir desde la casa de Ana a lo de Pablo hay dos caminos posibles según indican las flechas, el más largo es de 360m. ¿Cuánto mide el otro camino?

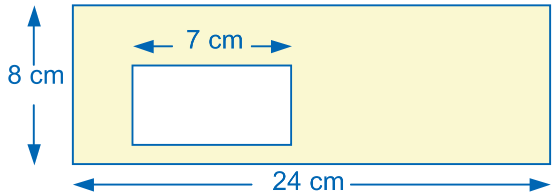


40. La figura está formada por un rectángulo, dos triángulos equiláteros y dos triángulos isósceles congruentes. El perímetro de cada triángulo equilátero es 12cm. El área del rectángulo es $8cm^2$. El perímetro de la figura es 36cm. ¿Cuál es el perímetro de cada triángulo isósceles?



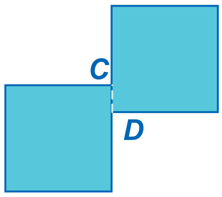
> Un triángulo **isósceles** tiene dos lados congruentes.

41. En el dibujo hay dos rectángulos. ¿Cuál es el área de la zona coloreada si su perímetro es 86cm?



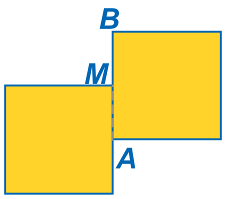
42.

a) La figura está formada por dos cuadrados congruentes. $|\overline{CD}|$ es la cuarta parte de la medida del lado de cada cuadrado. $|\overline{CD}| = 6cm$. ¿Cuánto mide el perímetro de la figura?



> Con $|\overline{CD}|$ representamos la **medida de la longitud del segmento**

b) La figura está formada por dos cuadrados congruentes. El perímetro de la figura es 42cm. ***M*** es el punto medio de $\overline{AB}$. ¿Cuál es área de la figura?



LAS LETRAS EN LA TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

En la traducción de un enunciado que vale para cualquier número, o para un número que no conocemos, reemplazamos los números por letras. Por ejemplo:

- El triple de un número ***a***:

  $3a$

- El anterior del doble de ***b***:

  $2b - 1$

> Si en un producto aparecen letras, puede no ponerse el signo "." .
>
> $3 . a = 3a$
>
> $a.b = ab$

- Ramiro comió ***m*** manzanas y Juan comió 3. ¿Cuántas manzanas comieron entre los dos?

Una expresión que indica cuántas manzanas comieron entre los dos es $m + 3$.

▶ Mauro compra ***n*** chocolates a $***5*** cada uno. ¿Cuánto pesos gasta Mauro?

Una expresión que indica cuántos pesos gasta Mauro es ***n5***.

Para que lo intentes solo...

43. Uní con una flecha cada expresión con su correspondiente traducción.

El triple del siguiente de ***a***.	$3a+1$
El siguiente del triple de ***a***.	$a-1+2.7$
El anterior de ***a*** aumentado en el doble de 7.	$7-1-2a$
El anterior de 7 disminuido en el doble de ***a***.	$2a+1-7$
El siguiente del doble de ***a*** disminuido en 7.	$3(a+1)$
El doble del anterior de ***a*** aumentado en 7.	$2(a-1)+7$

44. En cada caso, marcá con una X la o las expresiones que traducen el enunciado.

a) El doble de ***b*** menos la mitad de 8.

☐ $2b-\frac{8}{2}$ ☐ $b:2-2.8$ ☐ $2b-8:2$ ☐ $8:2-2b$

b) El cuádruple de ***n*** más el siguiente de su anterior.

☐ $4n+n-1-1$ ☐ $4n+n-1+1$ ☐ $4(n-1)+n+1$ ☐ $n:4+n-1+1$

45. Si $p=4$, ¿cuáles de las cuentas indicadas da por resultado 18?

Marcá con una X las opciones correctas.

☐ $3p+8:2$ ☐ $3(p+8):2$ ☐ $3(p+8:2)$

☐ $3p:2+4$ ☐ $3(p:2+4)$

46. En cada caso, marcá con una X las opciones correctas.

a)

i. Josefina tiene $211, compra ***n*** alfajores a $3 cada uno. ¿Cuáles de las expresiones indica cuánto dinero le sobra?

☐ $211-n.3$ ☐ $3n-211$ ☐ $(211-n).3$

☐ $(211-3).n$ ☐ $211-3n$

ii. Si compra tres docenas de alfajores, ¿cuánto dinero le sobra a Josefina?

b)

i. Rosario destina a sus hijos Matías y Soledad, $***m*** y $12 respectivamente, para sus gastos diarios. A cada uno le da un adicional de $30 por sábado. ¿Cuáles de las expresiones indican lo que destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?

☐ $7(m+12)+60$ ☐ $7(m+12+60)$ ☐ $7m+7.12+60$

☐ $(m+12+30)7$ ☐ $7m+12+60$

ii. Si a Matías le da $2 menos que a Soledad, ¿cuánto destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?

c)

i. Juana compró en el *Mercado de las Flores* 10 docenas de claveles a $12 la docena y luego vendió a $$\boldsymbol{c}$ cada clavel. Si vendió todos los claveles, ¿cuáles son las expresiones que indican cuánto ganó con la venta de los claveles?

☐ $10.12 - 120\boldsymbol{c}$ ☐ $120.12 - 10\boldsymbol{c}$ ☐ $120\boldsymbol{c} - 10.12$

☐ $12\,(10\boldsymbol{c} - 12)$ ☐ $10\,(12\boldsymbol{c} - 12)$

ii. Si $\boldsymbol{c} = 2$, ¿cuánto ganó Juana con la venta de los claveles?

d)

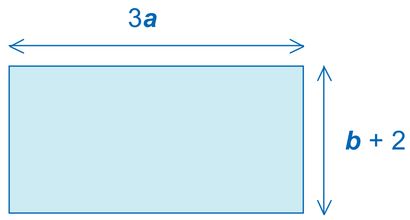
i. Martina, Damiana y Conrado juntan figuritas. Conrado tiene el triple de figuritas que Martina y Damiana la mitad de la cantidad que tiene Martina. Si Martina tiene $\boldsymbol{m}$ figuritas, ¿cuál es la expresión que indica la cantidad de figuritas que tienen entre los tres?

☐ $2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{m}$ ☐ $2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 3$

☐ $3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 2$ ☐ $\boldsymbol{m} : 2 + \boldsymbol{m} + \boldsymbol{m} : 3$

ii. Si $\boldsymbol{m} = 90$, ¿cuántas figuritas tienen entre los tres? ¿Cuántas tiene cada uno?

47. Completá la tabla teniendo en cuenta el dibujo.

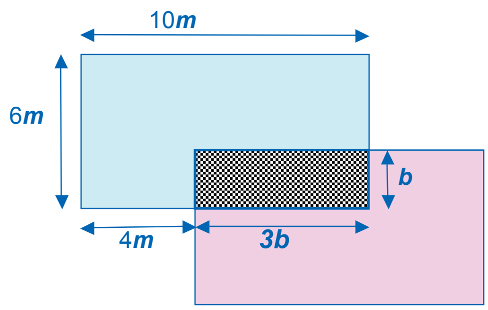


a	***b***	**Área del rectángulo**	**Perímetro del rectángulo**
2	4		
	1	27	
4		48	
	0		34

48. La figura está formada por dos rectángulos congruentes. Teniendo en cuenta los datos de la figura:

a) calculá el área del rectángulo gris.

b) calculá el área de la figura total.



DESIGUALDADES

Mariana tiene una bolsa con menos de 20 chupetines y reparte entre sus amigos 15.

▶ Si llamamos ***m*** a la cantidad de chupetines que le sobran a Mariana, algunas expresiones que traducen el enunciado son:

$$\boldsymbol{m} + 15 < 20 \text{ ó } \boldsymbol{m} + 15 \leq 19 .$$

▶ De los 15 que reparte, más de 8 son de frutilla. ¿Cuál puede ser la cantidad de chupetines de frutilla?

La cantidad de chupetines de frutilla puede ser:

9, 10, 11, 12, 13, 14 ó 15.

▶ Si llamamos ***f*** a la cantidad de chupetines de frutilla que reparte, ¿qué expresiones pueden indicar los posibles valores de ***f***?

*Algunas expresiones que indican los posibles valores de **f** son:*

$$\boldsymbol{f} > 8 \text{ y } \boldsymbol{f} \leq 15 , \quad 8 < \boldsymbol{f} \leq 15 \quad \text{ó} \quad 9 \leq \boldsymbol{f} \leq 15 .$$

◈ ***Para que lo intentes solo...***

49. Armando, José y Pablo participaron en el concurso: ***"¿Quién come más hamburguesas?"***. Armando comió 16 hamburguesas y José 4 más que Armando. Pablo no superó la cantidad de hamburguesas que comió Armando y comió más que la mitad de las que comió José.

a) ¿Cuántas hamburguesas pudo haber comido Pablo?
Indicá todas las posibilidades.

b) Si llamamos ***h*** a la cantidad de hamburguesas que pudo haber comido Pablo, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de ***h***?
Marcalas con una X.

☐ $10 \leq \boldsymbol{h} \leq 16$ ☐ $11 \leq \boldsymbol{h} < 17$ ☐ $10 < \boldsymbol{h} \leq 16$

☐ $\boldsymbol{h} \leq 17$ y $\boldsymbol{h} > 10$ ☐ $\boldsymbol{h} \leq 16$ y $\boldsymbol{h} > 10$

c) Si entre los tres comieron a lo sumo 47 hamburguesas, ¿cuántas hamburguesas comió Pablo?

50. *En la expresión **a** .100 > 375,* donde ***a*** es un número natural de una cifra, ¿qué valores puede tomar ***a*** para que la expresión sea verdadera?

51. * Juan y Franco tienen, entre los dos, 78 figuritas. Juan tiene más de la mitad del total de las figuritas. Si ***F*** representa la cantidad de figuritas que tiene Franco, entonces:

☐ $\boldsymbol{F} = 38$ ☐ $\boldsymbol{F} > 38$ ☐ $\boldsymbol{F} < 38$ ☐ $\boldsymbol{F} \leq 38$

Marcá con una X la única expresión correcta.

" < " *significa* **"menor que"**

" > " *significa* **"mayor que"**

" ≤ " *significa* **"menor o igual que"**

" ≥ " *significa* **"mayor o igual que"**

52. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

El doble de ***a*** es a lo sumo 20	$2a > 20$
El doble de ***a*** es 20.	$2a \geq 20$
El doble de ***a*** es por lo menos 20.	$2a \leq 20$
El doble de ***a*** supera a 20.	$2a < 20$
El doble de ***a*** es menor que 20.	$2a = 20$

53. En cada caso, ordená de menor a mayor los números naturales ***p***, ***q*** y ***r*** que cumplen:

a) $q = 2r$ y $p = r : 2$ y $r = 14$.

b) $25 > q$ y ***p*** es el siguiente de 25 y $r = 25$

54. Alicia tiene 15 años y ***b*** representa la edad que tiene Betina, traducí al lenguaje coloquial las siguientes expresiones.

a) $15 + b = 25$ **b)** $15 < b$ **c)** $b < 3.15$

d) $b - 15 = 5$ **e)** $15 + 5 = b$

55. Un vaso se llena con ***a*** gotas de agua y un segundo vaso, cuya capacidad es la mitad del anterior, se llena con 500 gotas de agua.
Completá con <, > o =.

a) ***a***......500 **b)** ***a***......2.500 **c)** ***a***......3.500

d) 2***a***......500 **e)** ***a*** : 2......500

56.

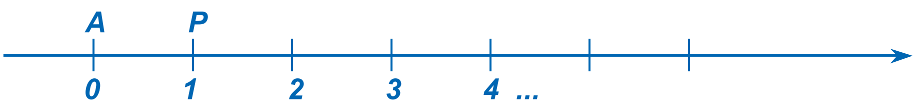
a) En cada caso, encontrá todos los números naturales ***a***, que cumplan:

i. $50 < a \leq 56$ **ii.** $20 \leq 4a < 32$ **iii.** $2 < a^2 + 1 \leq 37$

b) Escribí los números naturales ***b***, de tres cifras que verifiquen $2b \leq 210$.

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS NATURALES

*Para representar los números naturales utilizamos una semirrecta, cuyo origen **A** representa el **0**; a la derecha de **A**, con el punto **P** representamos el **1**, marcando sucesivamente, siempre a la derecha, segmentos de igual longitud que* $\overline{AP}$*, representamos los números **2**, **3**, **4**, ...*



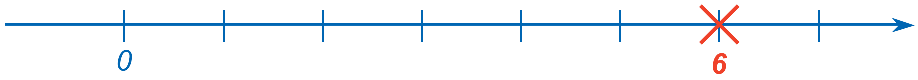
*El segmento **AP** es la **unidad** de medida.*

*Para marcar en la semirrecta los números que queremos representar, vamos a utilizar una **X** y escribir debajo de ella los números correspondientes.*

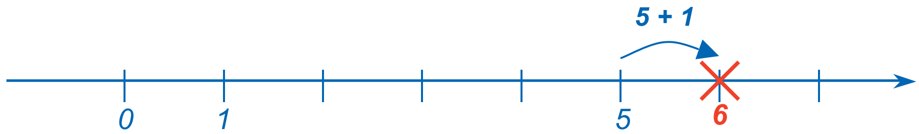
Veamos como representamos algunos números.

▶ El siguiente de cinco.

El siguiente de 5 es 6, entonces contamos 6 unidades a partir del 0 y marcamos directamente el 6:

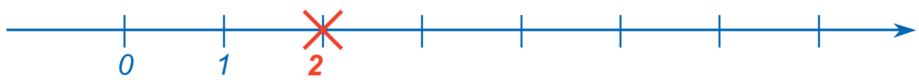


También podemos contar 5 unidades a partir del 0 y luego marcamos su siguiente, el 6:

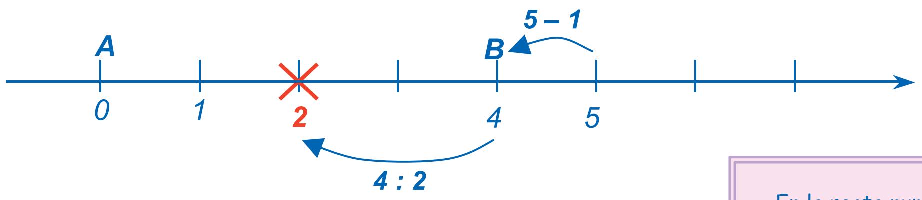


▶ La mitad del anterior a cinco.

El anterior a 5 es 4 y la mitad de 4 es 2, entonces contamos en la semirrecta 2 unidades a partir del 0 y luego marcamos el 2:



*Otra manera podría ser, contar 5 unidades a partir del 0, luego pararnos en su anterior, el 4, y finalmente marcar la X en la mitad del segmento **AB**. El número que marcamos es el 2:*

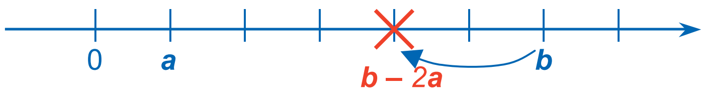


En la recta numérica no siempre es necesario representar números consecutivos.

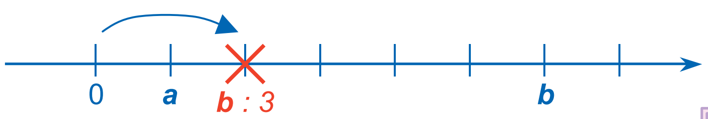
▶ Representemos los números **b** – 2***a*** y **b** : 3.



*En este caso no sabemos cuánto vale **a**, pero sabemos que cada segmentito mide **a**. Entonces, para representar **b** – 2**a**, nos paramos en **b** y retrocedemos 2 segmentitos.*



*Para representar **b** : 3, tenemos que dividir el segmento que va de 0 a **b** en tres partes iguales. Para ello, observemos que entre el 0 y **b** hay 6 segmentitos, entonces, a partir del 0, avanzamos 2 (6 : 3) segmentitos y llegamos a **b** : 3.*



Tampoco es necesario comenzar con el cero.

▶ ¿Qué número natural representa cada letra?



Aquí no tenemos el 0 para guiarnos, pero sabemos que entre 40 y 100 hay 60 unidades. Como entre 40 y 100 hay 3 segmentitos, entonces 3 segmentitos miden 60 unidades, por lo tanto, un segmentito mide 20 unidades.

Luego, ***r*** *= 40 – 20 = 20*

s *= 100 + 2 . 20 = 140*

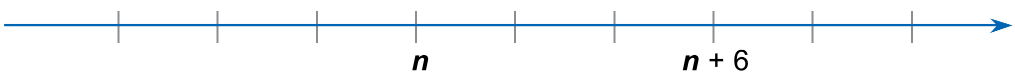
t *= 140 + 3 . 20 = 200*

◈ *Para que lo intentes solo...*

57. Representá en la recta numérica todos los números naturales indicados.
Marcalos con una X y escribí los números correspondientes.
a) El número cuatro.
b) El siguiente a seis.
c) El anterior de la mitad de ocho.
d) La tercera parte del anterior a siete.

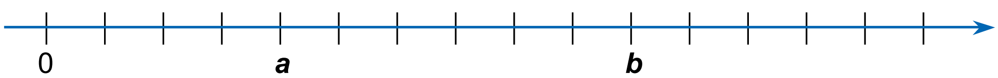


58. Representá el número ***n*** – 4.



59. Representá en la recta numérica los números ***c*** y ***d***.
Marcalos con una X y escribí la letra correspondiente.

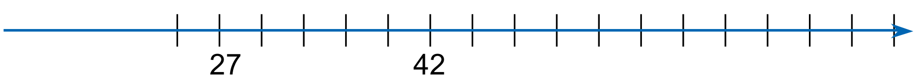
a) ***c*** = 2***a*** ***d*** = ***b*** – ***a***



b) ¿Qué números representan las letras ***r*** y ***t*** ?



c) Representá el número 60 en la recta numérica.

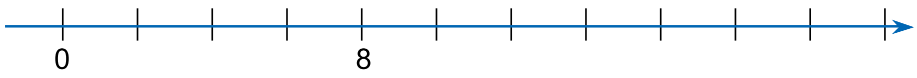


60.

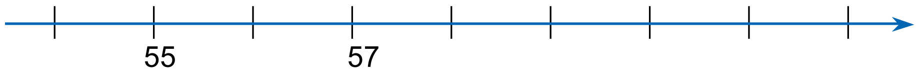
a) Representá, en la recta numérica, todos los números naturales ***a*** que cumplen lo que se indica en cada caso.

Marcalos con una X y escribí los números correspondientes.

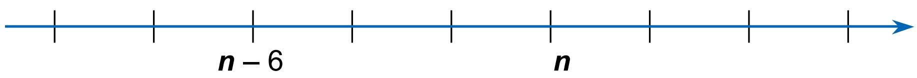
i. $10 \leq a < 14$



ii. $59 < a + 3 \leq 63$



b) Marcá con una X sobre la recta todos los números naturales ***p***, que cumplen que $n - 2 < p \leq n + 4$



DIVISIÓN ENTERA

Victoria va a la sala de videos juegos. Cada uno de los juegos consume una cantidad de puntos. Los puntajes de algunos de los juegos son:

Bowling	22 puntos
Sapito	19 puntos

En su tarjeta tiene cargados 196 puntos.

▶ ¿Cuál es la máxima cantidad de veces que puede jugar al Sapito con los puntos que tiene cargados en su tarjeta? ¿Cuántos puntos le sobran?

*Al realizar la **división entera** entre 196 y 19,*

$$\begin{array}{r|l} 196 & 19 \\ \cline{2-2} 6 & 10 \end{array}$$

*obtenemos **cociente** 10 y **resto** 6, esto significa que 196 = 19 . 10 + 6.*

*Por lo tanto, **puede jugar, como máximo, 10 veces al Sapito y le sobran 6 puntos**.*

Efectuar la división entera de un número natural ***a*** por otro número natural ***b*** ($b \neq 0$), es encontrar los dos únicos números naturales ***c*** y ***r*** que cumplen:

$$a = b \cdot c + r \quad \text{y} \quad 0 \leq r < b .$$

$$\begin{array}{rcr|lcl} \textit{dividendo} & \longleftarrow & a & b & \longrightarrow & \textit{divisor} \\ \cline{4-4} \textit{resto} & \longleftarrow & r & c & \longrightarrow & \textit{cociente} \end{array}$$

▶ Si Victoria juega 2 veces al Bowling, ¿cuántas veces puede jugar al Sapito como máximo? ¿Cuántos puntos le sobran?

*Al hacer la **división entera** entre 152 y 19 obtenemos **cociente** 8 y **resto** 0, por lo tanto, **Victoria puede jugar 8 veces al Sapito y no le sobra ningún punto**.*

Observemos que

*152 = 19 . 8 + 0 = 19 . 8, entonces 152 es **divisible** por 19.*

> Si al hacer la división entera entre dos números naturales ***a*** y ***b*** (***b*** ≠ 0),
> el **resto** es **0**, o sea,
> ***a*** = ***b*** . ***c***,
> se dice que ***a*** es **divisible** por ***b***.
> o también que: ***b*** es un **divisor** de ***a***,
> ***b*** **divide** a ***a***,
> ***b*** es un **factor** de ***a***,
> ***a*** es **múltiplo** de ***b***.

> El 1 es divisor de todos los números naturales y múltiplo sólo del 1.

> El 0 es múltiplo de todos los números naturales y divisor de ninguno.

▶ Finalmente, Victoria decide agregar más puntos a su tarjeta llegando a 222 puntos. Juega 3 veces al Bowling y 6 veces al Sapito. El resto del puntaje lo destina al juego La calesita, y no le sobra ningún punto. ¿Cuáles son los posibles puntos que consume un juego de La calesita?

Para calcular los puntos que Victoria destina para jugar a La calesita, restamos a 222 el puntaje de 3 juegos de Bowling y 6 de Sapito:

222 – 3 . 22 – 6 . 19 = 222 – 66 – 114= 42

*Como no sobra ningún punto, los posibles puntajes que se requiere para jugar una vez a La calesita son los **divisores de 42**.*

Una forma de encontrar todos los divisores de un número natural es buscándolos en forma ordenada, de menor a mayor, comenzando por el 1 (que siempre lo va a ser).

División	
42 | 1 → resto 0, cociente 42	*entonces 42 = 1 . 42, luego 1 y 42 son divisores de 42.*
42 | 2 → resto 0, cociente 21	*entonces 42 = 2 . 21, luego 2 y 21 son divisores de 42.*
42 | 3 → resto 0, cociente 14	*entonces 42 = 3 . 14, luego 3 y 14 son divisores de 42.*
42 | 4 → resto 2, cociente 10	*como el resto no es 0, entonces 4 **no** es divisor de 42.*
42 | 5 → resto 2, cociente 8	*como el resto no es 0, entonces 5 **no** es divisor de 42.*
42 | 6 → resto 0, cociente 7	*entonces 42 = 6 . 7, luego 6 y 7 divisor de 42.*

El próximo divisor será el 7, que ya lo tenemos, por lo tanto, todos los divisor de 42 son: 1, 42, 2, 21, 3, 14, 6 y 7.

◈ *Para que lo intentes solo...*

61. Los leñadores de un pueblo cortaron 25 troncos. Para trasladar todos los troncos a otro lugar usaron carros.



a) Si cada carro transporta 5 troncos, ¿cuántos carros necesitaron?
b) Si pudieran cargar un tronco más en cada carro, ¿habrían usado menos carros?

62. Juan debe transportar 87 botellas de agua mineral en cajones con capacidad para 6 botellas.
a) ¿Cuántos cajones como mínimo necesita?
b) Si tuviera que transportar el doble de botellas, ¿cuántos cajones necesitaría?

63. Un comerciante embolsa 2351 caramelos.
a) ¿Cuántas bolsas con 100 caramelos cada una podrá llenar?
b) Los caramelos que sobran los guarda en bolsitas con no más de media docena cada una. ¿Cuántas bolsitas cómo mínimo utiliza?

64.
a) Completá las siguientes divisiones enteras:

Dividendo	Divisor	Resto	Cociente
38	7	.....	....
7	38	.....	....
....	6	4	12

b) ¿Cuáles son los posibles valores de ***n*** en la siguiente división?

n	3
r	6

Recordá que:
el resto en una división siempre es menor que el divisor.

65. En una división por 7, el dividendo supera al resto en 21, y el divisor es el siguiente del resto. ¿Cuáles son el dividendo, el cociente y el resto?

66.
a) Pancho dividió un número por 4 y le dio como cociente 25, pero no recuerda cuál era el resto. ¿Qué número pudo haber dividido Pancho? *Escribí todas las posibilidades.*
b) Teo dividió un número por 7 y obtuvo resto 4. ¿Cuál es el menor número que hay que sumarle al dividendo para que sea múltiplo de 7?

67. Sabiendo que 27. 16 = 432, calculá, sin hacer la división, el resto de dividir:
a) 435 por 16.
b) 450 por 16.

68. Escribí todos los divisores de los siguientes números.

a) 33 **b)** 70 **c)** 2 .3 . 5 **d)** $2 . 3^2 . 5$

69. En una división por 17, el resto es el triple del cociente. Hallá el menor valor posible del dividendo si se sabe que es un número múltiplo de 3.

70. Se quiere repartir 225 tazas en cajas, de modo que haya el mismo número en cada caja. ¿De cuántas formas es posible hacerlo si no puede haber más de 20 tazas por caja ni menos de 5?



71. Encontrá el menor número múltiplo de 5 que al dividirlo por 11 da resto 1.

72. Decidí, si ***a***. 28. 35 + 1 es múltiplo de 5, siendo ***a*** un número natural.

73. Decidí en cada caso si es verdadero o falso. *Justificá tu respuesta.*

a) Como $\begin{array}{r|l} 23 & \underline{5} \\ 3 & 4 \end{array}$, 23 es múltiplo de 5.

b) Como $\begin{array}{r|l} 105 & \underline{7} \\ 0 & 15 \end{array}$, 7 y 15 son divisores de 105.

c) Como $\begin{array}{r|l} 9 & \underline{2} \\ 0 & 4{,}5 \end{array}$, 2 y 4,5 son divisores de 9.

74. Si sabemos que 18 es divisor de un número ***n***, ¿qué otros divisores de ***n*** conocemos?

75. Patricio dice que 73 dividido un número ***n*** le da cociente 7 y resto 10. Mariela dice que no puede ser. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

76.

a) Se sabe que 36 es divisible por 4. ¿Se puede saber sin hacer la cuenta si el triple de 36 será divisible por 4?

b) ¿Será cierto que multiplicando 36 por cualquier número, se obtiene un número divisible por 4?

c) ¿Será cierto que la suma de dos múltiplos de 4 es, también, múltiplo de 4?

77. Hallá un número natural ***a*****,** si sabemos que al dividir 43 por ***a*** da resto 7 y al dividir 56 por ***a*** da resto 2. ¿Cuántas posibilidades hay?

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

▶ ¿72536 es par o impar? ¿Por qué?

> Un número es **par** si es **múltiplo de 2**.
>
> Un número es **impar** si **no** es **múltiplo de 2**.

Una forma de averiguarlo es dividir 72536 por 2 y fijarnos si el resto es 0... Un método un poco largo, si no podemos usar calculadora, ¿no?

Más rápido es mirar si la última cifra es par, en este caso es 6, por lo tanto, 72536 es par.

Lo que hemos hecho es usar un criterio de divisibilidad. Estos criterios nos permiten saber si un número es divisible por otro sin hacer la división.

Recordemos algunos de ellos.

Un número natural es	únicamente	Por ejemplo:
divisible por **2**	si termina en 0, 2, 4, 6 u 8.	184 es divisible por 2 pues termina en 4.
divisible por **3**	si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	1284 es divisible por 3 pues 1 + 2 + 8 + 4 = 15 y 15 es múltiplo de 3. (15 = 5 . 3)
divisible por **4**	si el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.	7548 es divisible por 4 pues 48 es múltiplo de 4. 5000 es divisible por 4 pues 0 es múltiplo de 4.
divisible por **5**	si termina en 0 ó 5.	12025 es divisible por 5 pues termina en 5.
divisible por **9**	si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	27018 es divisible por 9 pues 2 + 7 + 0 + 1 + 8 = 18, que es múltiplo de 9. 6275 no es divisible por 9 pues 6 + 2 + 7 + 5 = 20, que no es múltiplo de 9.
divisible por **10**	si termina en 0	38570 es divisible por 10 pues termina en 0.
divisible por **11**	si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la suma de las cifras que ocupan lugar par es múltiplo de 11.	90827 es múltiplo de 11 pues 9 + 8 + 7 – (0 + 2) = 22 que es múltiplo de 11. 2002 es múltiplo de 11 pues 2 + 0 – (0 + 2) = 0 que es múltiplo de 11.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

78. Marcá con una X donde corresponda.

	es múltiplo de							
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**9**	**10**	**11**
222								
2222								
216								
156								
165								
1221								
2112								
9130								

79. En cada caso, encontrá todos los posibles valores de ***a*** y ***b*** para que el número de cinco cifras ***a***465***b*** sea divisible por:

a) 5 y 9. **b)** 4 y 11.

80. Sin hacer la división, escribí:

a) el mayor múltiplo de 9 menor que 73860.
b) el menor múltiplo de 11 mayor que 93814.
c) el menor múltiplo de 4 que no sea múltiplo de 3 y sea mayor que 8722.

81. * Al sumar los números de tres cifras 6**c**3 y 2**d**5, el resultado es un número divisible por 9.

a) ¿Cuál es el menor valor posible de **c**+**d**?
b) ¿Cuál es el mayor valor posible de **c**+**d**?

82. Sin hacer la división respondé: ¿Cuál es el resto de dividir 6237

a) por 10? **b)** por 5?
c) por 4? **d)** por 3?

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Carolina y Agustín inventaron un juego de cartas. Hay dos colores de cartas: rojas y verdes. Las rojas tienen números y las verdes instrucciones. El juego consiste en colocar sobre la mesa cuatro cartas rojas, sacar del mazo verde una carta y cumplir con la instrucción indicada. Si el jugador puede cumplirla, se lleva la carta roja y se le otorga un punto. Si no puede, pierde el turno y el otro jugador saca otra carta verde y se repite la secuencia sucesivamente hasta agotar las cartas de la mesa.

Las cuatro cartas rojas con las que se comienza el juego son:

1 **5** **12** **0**

▶ Es el turno de Carolina, que saca esta tarjeta verde:

Elegí un número primo.

¿Qué carta roja puede elegir Carolina?

Un número natural es **primo** si tiene **exactamente dos divisores**.

Busquemos los divisores de todos los números que figuran en las cartas rojas.

***1**: 1*

***5**: 1, 5*

***12**: 1, 2, 3, 4, 6, 12*

***0**: todos los números naturales, salvo el 0.* ¿Por qué?

Pues 0 dividido cualquier número, distinto de 0, da cociente 0 y resto 0.

$$\begin{array}{l|l} 0 & a \\ \hline 0 & 0 \end{array} \qquad a \neq 0$$

*Luego, el único que tiene **sólo dos divisores** es el **5**.*
Carolina elige la carta con el número 5 y gana un punto.

▶ Es el turno de Agustín, que saca esta otra tarjeta verde:

Elegí un número compuesto y escribilo como producto de sus factores primos.

¿Qué carta roja puede elegir Agustín?

El único número distinto de 0, con más de 2 divisores, es el 12.

Un número natural distinto de 0 es **compuesto** si tiene **más de dos divisores**.

Una forma de hallar los factores primos de un número es dividirlo por el menor número primo que sea divisor de él y, luego, hacer lo mismo con el cociente, y así sucesivamente hasta llegar al 1, que no tiene divisores primos.

En nuestro caso, el menor número primo divisor del 12 es el 2 (12 : 2 = 6), luego, hacemos lo mismo con su cociente, el 6. Nuevamente el menor divisor primo es el 2 (6 : 2 = 3), quedando 3 como nuevo cociente, cuyo menor divisor primo es el 3 (3 : 3 = 1). Ya llegamos al 1 que no tiene divisores primos. Nos queda entonces:

12	2
6	2
3	3
1	

$$\mathbf{12} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{2^2 \cdot 3}$$

Agustín hace esta descomposición y también gana un punto.

Todo número **compuesto** puede escribirse como **producto** de factores **primos** y estos factores son **únicos**.

Los números 0 y 1 no son primos ni compuestos.

◈ *Para que resuelvas solo…*

83.

a) Juega nuevamente Carolina y la carta verde que le toca es la siguiente:

Elegí el número con mayor cantidad de divisores.

¿Qué carta debe elegir Carolina?

b) Para Agustín queda sólo una carta. Si Carolina eligió correctamente,

i. ¿qué carta queda sobre la mesa?

ii. ¿Qué instrucciones podría tener la tarjeta verde que le toque a Agustín para no
perder el punto?

84. Escribí cada número como producto de sus factores primos.

a) 108 = **b)** 408 = **c)** 504 =

85. Sólo uno de estos números es primo. Sin dividir, averiguá cuál es.
Marcalo con una X.

☐ 432 ☐ 6741 ☐ 4325 ☐ 211 ☐ 4037

86. ¿Cuál es

a) el número de 4 cifras que tiene como único divisor primo al 5?

b) el número de 3 cifras que tiene como único divisor primo al 3 y que al dividirlo por 5 tiene resto 4?

c) el mayor número de 3 cifras que tiene sólo dos divisores primos y es múltiplo de 35?

87.

a) Encontrá dos números primos cuya suma también sea un número primo. ¿Son los únicos? ¿Por qué?

b) Encontrá dos números naturales consecutivos que además sean primos. ¿Son los únicos? ¿Por qué?

c) Encontrá el menor número de 4 cifras que tenga como único divisor primo al 3.

88. Si ***n*** = 391 . 19, entonces el menor divisor primo de ***n*** es ....

89. Un número de tres cifras iguales no puede ser primo. ¿Por qué?

90. Escribí un número que tenga solamente:

a) un divisor.

b) dos divisores.

c) tres divisores.

d) cuatro divisores.

91.

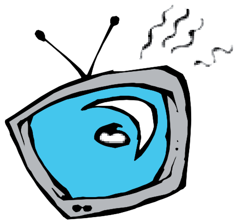
a) Encontrá el menor número natural ***a***, que sea mayor que 20 y que ,además, cumpla que el número 3 (***a*** + 2):

i. sea múltiplo de 5. **ii.** sea múltiplo de 3.

b) Encontrá un posible valor de ***b*** para que al hacer 5 (***b*** + 2) + 3 dividido 5, el resto sea 3. ¿Cuántas posibilidades hay?

c) ¿Cuáles son todos los posibles valores, ente 30 y 45, de un número ***c*** para que 4 (***c*** + 3) + ***c*** sea múltiplo de 4?

MÁS PROBLEMAS...



92. Guillermo, el encargado de compras de ***"TODOTEVE"***, adquiere un lote de 300 DVD por $60000. El técnico, al revisarlos, encontró que 20 no funcionaban, por lo cual no pudieron ser vendidos pesar de que se habían pagado. El precio de venta de cada equipo fue de $350, pero como al cabo de dos meses todavía quedaban 25 DVD sin vender, Guillermo vende estos últimos a precio de costo.
¿Cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular la ganancia obtenida por el lote? *Marcalas con una X.*

☐ 350 . (300 – 25 – 20) + 200 . 25 – 60000 ☐ 350 . 255 + 200 . 25 – 60000

☐ 350 . 255 + 200 . 25 + 60000 ☐ 150 . 255 + 200 . 25 + 60000

93. Cuatro chicos, Pedro, Carla, Matías y Justina rinden un examen de Inglés. El examen consta de una prueba escrita y un coloquio. Para aprobar el examen, la suma de las notas del escrito y del coloquio debe ser mayor o igual que 60.

La cantidad de puntos que saca cada uno de ellos en el escrito es la siguiente:

Pedro: el cuádruple del siguiente de 10, disminuido en 3.

Carla: el siguiente del cuádruple de: 10 disminuido en 3.

Matías: el anterior del cuadrado de 4, aumentado en 3.

Justina: el cuadrado del anterior de: 4 aumentado en 3.

a) ¿Cuántos puntos obtuvo cada uno de los chicos en la prueba escrita?
b) Indicá en el casillero, con la inicial de cada uno de los compañeros, la expresión que se corresponde con cada uno de sus puntajes obtenidos en la prueba escrita.

☐ $4 \cdot (10 - 3) + 1$ ☐ $4 \cdot (10 - 3 + 1)$ ☐ $4 \cdot (10 + 1) - 3$

☐ $4^2 - 1 + 3$ ☐ $(4 + 3 - 1)^2$ ☐ $(4 + 3)^2 - 1$

c) Las notas que sacaron los chicos en los coloquios son números consecutivos y suman 158. El puntaje de Matías fue superior al de Carla. Completá la tabla e indicá quién aprobó el examen de Inglés.

Alumnos	Nota del escrito	Nota del coloquio	Puntaje total
Pedro		**41**	
Carla			
Matías			
Justina		**40**	

94. Colocá <, > o = según corresponda, sin resolver las cuentas. Explicá cómo pensaste en cada caso.
a) 42 . (21 – 5) .... 42 . 21 + 42 . 5
b) 150 . (13 + 10) .... 150 .10 + 150 . 13
c) 25 . 5 + 5 . 12 .... (25 + 12) . 4
d) 12 . 8 – 12 . 3 .... 12 . 4 + 12 . 1

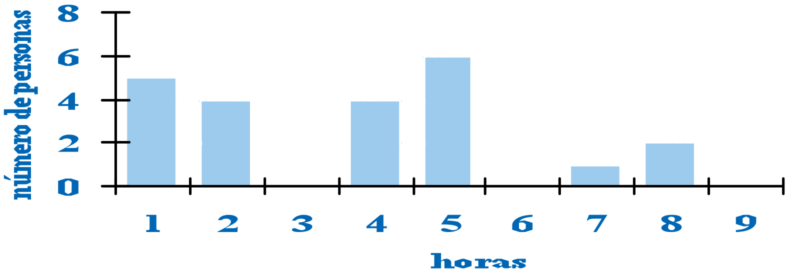
95. A Pablo y Oscar les regalaron el mismo libro. Ambos tardaron en leerlo tres días. El primer día Pablo leyó el doble de páginas que Oscar y entre los dos leyeron 90 páginas. Oscar leyó cada día veinte páginas más que el día anterior. Si el tercer día Pablo leyó 56 páginas, ¿cuántas páginas leyó el segundo día?

96. En un tablero hay cinco filas de lamparitas. En la última fila se prenden el doble de lamparitas que en la primera y entre dos filas consecutivas la diferencia de lamparitas prendidas es dos. ¿Cuántas lamparitas encendidas hay en el tablero?

97. Indicá si es V o F cada una de las siguientes afirmaciones. Justificá tu respuesta.
a) El doble de 24 es igual al doble de 20 más el doble de 4.
b) El doble de 24 es igual al doble de 20 más 4.
c) El doble de 24 es igual al doble de 25 menos el doble de 1.
d) La mitad de 38 es igual a la mitad de 30 más la mitad de 8.
e) La mitad de 74 es igual a la mitad de 70 más 4.
f) La mitad de 96 es igual a la mitad de 100 menos la mitad de 4.

98. * El gráfico muestra los resultados de una encuesta acerca de la cantidad de horas que un grupo de estudiantes vio televisión, durante un cierto período. De acuerdo con el gráfico:

a) ¿cuántas personas fueron encuestadas?
b) ¿cuántas personas vieron televisión durante, **por lo menos**, 4 horas?
c) ¿cuántas personas, de las encuestadas, vieron **más** de 2 horas, pero **menos** de 6?



99. Si $p = 3$ y $q = 10$, calculá:

a) $p + 2 =$

b) $2\,(p + q) =$

c) $2\,p + q^2 =$

d) $2\,p + q : 5 =$

100. María compra plantas en un vivero aprovechando la oferta del día: *"Cada dos plantas que lleva le descontamos $2"*. María lleva 7 plantas que cuestan $**p** cada una.

a) Marcá con una X la expresión que indican cuánto gastó María.

☐ $7p - 2$ ☐ $7p - 6$ ☐ $7p - 7$ ☐ $7p + 6$

b) Si el descuento que tuvo fue el valor de una planta, ¿cuánto gastó María?

101. Florencia comenzó a coleccionar estampillas. Tiene más de 5 estampillas y no supera las 12.

a) ¿Cuántas estampillas puede tener Florencia? *Indicá todas las posibilidades.*

b) Si llamamos **f** a la cantidad de estampillas que tiene Florencia, ¿cuáles de las siguientes expresiones traducen el enunciado? *Marcalas con una X.*

☐ $f > 5$ y $f \leq 12$ ☐ $5 \leq f < 12$

☐ $5 < f \leq 12$ ☐ $6 \leq f \leq 12$

c) Si Victoria tiene el doble de estampillas que Florencia y **v** representa la cantidad de estampillas que tiene Victoria y **f**, la cantidad que tiene Florencia,

i. ¿cuáles de las siguientes expresiones representan la relación que hay entre la
cantidad de estampillas que tienen Florencia y Victoria? *Marcalas con una X.*

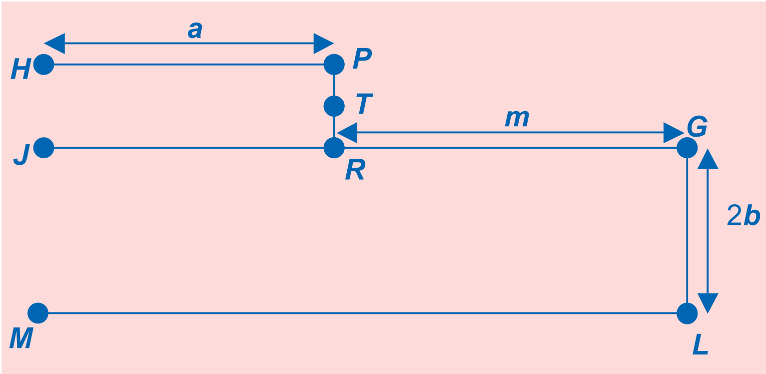
☐ $v = 2f$ ☐ $f = 2v$ ☐ $f = v : 2$

☐ $v = f : 2$ ☐ $f = \frac{v}{2}$

ii. Si Victoria tiene 12 estampillas y Jimena tiene el triple de las que tiene Florencia, ¿cuántas estampillas tiene Jimena?

102. En el dibujo están indicados los únicos caminos que comunican las casas de ocho amigos: Hugo, Pedro, Tamara, Roberta, Justino, Guido, Lautaro y María.

- La distancia entre las casas de Pedro y Roberta es la mitad de la distancia entre las de Guido y Lautaro.
- Tamara vive a la misma distancia de Pedro y de Roberta.
- Las viviendas de Hugo, Pedro, Roberta y Justina están ubicadas en los vértices de un rectángulo, al igual que las viviendas de Justino, Guido, Lautaro y María.



a) Marcá con una X las expresiones que te permiten calcular los siguientes recorridos.

i. Entre la casa de Hugo y la de Justino.

☐ $2\,(a + b)$ ☐ $2a + b : 2$ ☐ $2a + b$ ☐ $a + b : 2$

ii. Entre la casa de Hugo y la de Tamara.

☐ $(a + b) : 2$ ☐ $a + b : 2$ ☐ $a : 2 + b$ ☐ $a + b : 4$

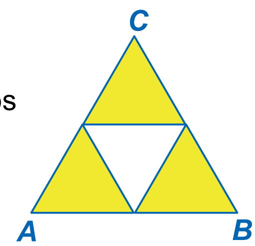
b)

i. María sale de su casa y recorre $a + 2m + 3b$, ¿a quién va a visitar?

ii. ¿Y si recorre $2\,(a + m) + 3b$?

c) Hugo recorre 360m para ir a lo de Guido y 320m para ir a lo de Justino. María vive a 300m de lo de Lautaro. ¿Cuántos metros recorre Roberta para ir a lo de Lautaro?

103. El triángulo ***ABC*** está formado por 4 triángulos equiláteros congruentes. Si el perímetro del triángulo ***ABC*** es 24cm, ¿cuál es el perímetro de la zona sombreada?



104. *En una ciudad hay 12 dentistas. Cada dentista atiende **por lo menos** a dos alumnos de una clase de 31 estudiantes y cada alumno es atendido por un único dentista. ¿Cuál es el **mayor** número de alumnos de esa clase que puede atender un único dentista?

105. Si c representa la edad que tiene Carmelo y Patricio tiene 6 años, expresá, en lenguaje coloquial, qué significa cada una de las siguientes expresiones:

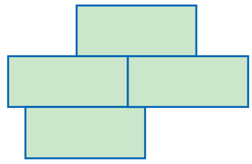
a) $6 < c$ **b)** $c = 3 . 6$ **c)** $c = 6 + 40$

106. Ordená, de menor a mayor, los números naturales p, q y r que cumplen:

a) $q < p$
$r = p + 3$

b) $p > q$
$q = r + 7$

107. La figura está formada por 4 rectángulos congruentes. El lado menor de cada rectángulo mide x y el mayor, el triple de lo que mide el menor.



a) Marcá con una X las expresiones que representan:

i. el área de la figura.

☐ $12\ x$ ☐ $4 \,.\, 3x^2$

☐ $12\ x^2$ ☐ $36\ x^2$

ii. el perímetro de la figura.

☐ $4 \,.\, 8\ x$ ☐ $32\ x$ ☐ $18\ x$ ☐ Ninguna de las anteriores.

b) Si x = 2cm, ¿cuánto miden el área y el perímetro de la figura?

108. Completá:

a) $p + 7 = 33$, entonces:

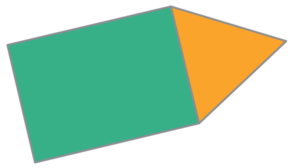
i. $p + 7 - 10 =$ .... **ii.** $2\,(p + 7) + 5 =$ ....

b) $a.5 = 10$, $b.2 = 8$, entonces:

i. $10ab =$ .... **ii.** $10ab - b.2 =$ ....

109. Si se conoce un número y su cuadrado, se puede calcular el producto de ese número por su siguiente sin realizar la multiplicación. ¿Cómo lo harías?

110. La figura está formada por un rectángulo y un triángulo equilátero. El área del rectángulo es 24cm^2. Las medidas de los lados de la figura son números naturales y su perímetro es un número impar.



a) ¿Cuáles son los posibles valores de la medida del lado del triángulo?

b) Si la medida del lado mayor del rectángulo no es múltiplo de 3, ¿cuál es el perímetro de la figura?

111. Un lado de un rectángulo mide m y el otro lo supera en 3. ¿Cuál es la expresión que te permite calcular el perímetro del rectángulo? *Marcala con una X.*

☐ $2\,(2m + 3)$ ☐ $2m + 6$

☐ $4m + 3$ ☐ $4m + 6$

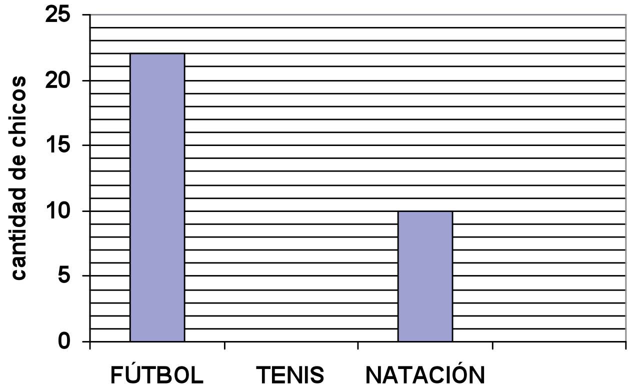
112.

a) Representá en la recta numérica el cero.



b) ¿Qué número representa a?

113. En una colonia se practica fútbol, tenis y natación.
En el gráfico falta la cantidad de chicos que practican tenis.



a) Si F es la cantidad de chicos que juegan fútbol, T, la cantidad de los que practican tenis y N, la de los que hacen natación, y se cumple que $F + T \leq 3N$, ¿cuál es la cantidad de chicos que puede practicar tenis?
b) Si, además, se cumple que $N - T < 3$, completá el gráfico.

114. Encontrá todos los valores de a y b para que el número de 5 cifras 63a4b sea múltiplo de 4 y de 9 simultáneamente.

115. Se sabe que

$$\begin{array}{l|l} n & 7 \\ \hline r & r \end{array}$$

$n \neq 0$,

a) entonces:

☐ n es múltiplo de 7. ☐ n es múltiplo de 8.

☐ n es par. ☐ n es impar.

Marcá con una X la o las opciones correctas.
b) ¿Cuáles son los posibles valores de n si se sabe que, además, es múltiplo de 3?

116. * Encontrá un número natural, entre 620 y 680, que al ser dividido por 5, 7 ó 9, en los tres casos, se obtenga resto 2.

117.
a) Encontrá el mayor número natural menor que 100 que tenga sólo dos factores primos distintos, que sea par y múltiplo de 11.
b) * Encontrá el menor número natural mayor que cero que tenga tres divisores primos distintos, que sea par y múltiplo de 25.

118.
a) *Marcá con una X el o los números que sean **divisores** de 5000.

☐ 20000 ☐ 8 ☐ 10000 ☐ 12,5 ☐ 125

b) *Se quiere descomponer el número 5000 en **tres factores** naturales **distintos**. Cada factor **no** debe terminar en cero. Da una descomposición posible.

119.
a) ¿Cuál es el menor número múltiplo de 5 que al dividirlo por 11 da resto 1?
b) ¿Cuáles son los múltiplo de 3 que al dividirlo por 7 da cociente 23?

120. Si a es un número impar, ¿cuáles de los siguientes números son pares?
Marcalos con una X.

☐ $5a$ ☐ $7a - 3$ ☐ $a^2 + 2$ ☐ $a^2 + a$

Respuestas del bloque 1

1.	**a)** $6 **b)** $25
2.	35
3.	$7
4.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** $168, $336 o $504.
5.	$71
6.	$5000
7.	**a)** Dos a $1500, tres a $3000 y uno a $2000.
8.	**a)** $4 **b)** $42
9.	Por ejemplo: **a)** 23 + 12 + 7 + 9 + 8 = (23 + 7) + (12 + 8) + 9 = 30 + 20 + 9 = 59 **b)** 13 . 5 . 3. 2 = (13 . 3) . (5 . 2) = 39 . 10 = 390 **c)** 12 . 35 = (10 + 2) . 35 = 10 . 35 + 2 . 35 = 350 + 70 = 420 **d)** 98 . 5 = (100 – 2) . 5 = 100. 5 – 2 . 5 = 500 – 10 = 490 **e)** 225 : 5 = (200 + 25) : 5 = 200 : 5 + 25 : 5 = 40 + 5 = 45
10.	Por ejemplo: **a)** 8 . 14 = 4 . 2 . 14 = 4 . 28 = 112 **b)** 7 . 14 = (8 – 1) . 14 = 8 . 14 – 1 . 14 = 4 . 2 . 14 – 14 = 112 – 14 = 98 **c)** 9 . 14 = (8 + 1) . 14 = 8 . 14 + 1 . 14 = 4 . 2 . 14 + 14 = = 112 + 14 = 126 **d)** 12 . 14 = 6 . 2 . 14 = 6. 28 = 168
11.	2 . 113 + 2 . 62 – 45 : 5 y (113 + 62). 2 – 45 : 5
12.	**a)** 3 . 19 = 3 . (20 – 1) = 3 . 20 – 3 . 1 = 60 – 3 = 57 **b)** 5 . 31 = 5 . (30 + 1) = 5 . 30 + 5 . 1 = 150 + 5 = 155 **c)** 6 . 65 = 2 . 3 . 65 = 2 . 195 = 390 **d)** 2 . 54 = 4 . 54 : 2 = 216 : 2 = 108
13.	**a)** 36 …… 1 **b)** 387 …… 1 **c)** 24 …… 1 72 …… 2 774 …… 2 48 …… 2 144 …… 4 1548 …… 4 96 …… 4 288 …… 8 3096 …… 8 192 …… 8 576 …… 16 192 …… 16 384 …… 16 1152 …… 32 12384 …… 32 768 …… 32 **a)** 36 . 21 = 576 + 144 + 36 = 756 **b)** 387 . 17 = 6192 + 387 = 6579 **c)** 24 . 24 = 384 + 192 = 576
14.	Sí, porque como 15 = 10 + 5 = 10 + 10 : 2, entonces multiplicar cualquier número por 15 es equivalente a multiplicarlo por 10 y, luego, sumarle la mitad del resultado de haberlo multiplicado por 10.
15.	Carla y Fernando.
16.	**a)** Por ejemplo: (500 – 2) . 18 **b)** Por ejemplo: 76 . (20 + 1) **c)** Por ejemplo: (10 + 2) . 75
17.	**a)** 11 . 43 = (10 + 1) . 43 = 10 . 43 + 1. 43 = 430 + 43 = 473 **b)** 15 . 430 = 15 . 43 . 10 = (10 + 5) . 43 . 10 = (10 . 43 + 5 . 43) . 10 = = (430 + 215) . 10 = 645 . 10 = 6450 **c)** 17 . 43 = (10 + 7) . 43 = 10 . 43 + 7 . 43 = 430 + 301 =731 **d)** 29 . 43 = (20 + 9) . 43 = 20 . 43 + 9 . 43 = 2 . 10 . 43 + 387 = = 2. 430 + 387 = 860 + 387 = 1247 **e)** 34 . 43 = (30 + 4) . 43 = 30 . 43 + 4 . 43 = 3 . 10 . 43 + 172 = 3. 430+ 172 = 1290 + 172 = 1462

18.	**a)** 33 **b)** 4 **c)** 16 **d)** 15
19.	6 . 5 – 2 : 2 + 1 = 28 6 . (5 – 2) : (2 + 1) = 30 6 . 5 – (2 : 2 + 1) = 25 6 . (5 – 2 : 2) + 1 = 6
20.	**a)** \$46 **b)** 25 + 9 . 3 – 6
21.	**a)** 164 **b)** 120 – 120 : 3 + 20 . 5 – 33 + 17
22.	**a)** 80m **b)** Blanca y Cecilia. **c) i.** 314m **ii.** 420 – 26 – 240 + 160, 420 – (26 + 240) + 160 y 420 – 26 – (240 – 160) **d)** De Blanca.
23.	**a)** 6 . (2 + 6) : 2 + 1 = 25 **b)** 6 . 2 + 6 : (2 + 1) = 14 **c)** 6 . (2 + 6 : 2) + 1 = 31
24.	**a)** Por ejemplo: 3 : 3 – 3 : 3 = 0 **b)** Por ejemplo: 3 – 3 + 3 : 3 = 1 **c)** Por ejemplo: 3 : 3 + 3 : 3 = 2 **d)** Por ejemplo: 3 . 3 – 3 – 3 = 3
25.	Ver al final de la tabla.
26.	**a)** El doble de 24 disminuido en la mitad de 6. (24 – 2 . 6) : 2 La mitad de 24 disminuida en el doble de 6. 2 . 24 – 6 : 2 El doble de: 24 disminuido en la mitad de 6. 2 . (24 – 6 : 2) La mitad de: 24 disminuido en el doble de 6. 24 : 2 + 2 . 6 **b)** (24 – 2 . 6) : 2 = 6 2 . 24 – 6 : 2 = 45 2 . (24 – 6 : 2) = 42 24 : 2 – 2 . 6 = 0
27.	**a)** ☐ 2.(15 – 5) [D] 2.15 – 5 ☐ 15 + 25 : 5 [N] 2.15 – 8 [F] (15 + 25) : 5 [M] 2.(15 – 8) **b)** 84 caramelos
28.	**a)** $2 . 5^2 – 2 . 4$, $2 . (5^2 – 4)$ y $2 . 5^2 – 2^3$. **b) i.** 8^2 **ii.** 7^6 **iii.** 5^3 **iv.** 10^4 **c)** $2^4 . 2^2 =$ 13 $2^5 : 2^3 =$ 64 $3^2 . 2^3 =$ 72 $3^3 : 3 + 2^2 =$ 4
29.	Ver al final de la tabla.
30.	**a) i.** $\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$. **ii.** $\sqrt{64} = 8$, porque $8^2 = 64$. **b) i.** 14 **ii.** 10 **iii.** 2 **iv.** 4 **v.** 12 **vi.** 12
31.	Ver al final de la tabla.
32.	**a) i.** 27 **ii.** 21 **iii.** 81 **iv.** 119 **v.** 3 **b)** [iii] $(10 + 1 – 4 : 2)^2$ ☐ $\frac{(10+1)^2 – 4}{2}$ [ii] $(31 + 3.4 – 1) : 2$ [v] $\sqrt{10 + 1 – 4 : 2}$ [iv] $(10 + 1)^2 – 4 : 2$ ☐ $(31 + 3.4) : 2 – 1$ [ii] $\frac{31 + 3.4 – 1}{2}$ [i] $(31 – 1) : 2 + 3.4$ [iv] $(10 + 1)^2 – \frac{4}{2}$ ☐ $\left(\sqrt{10 + 1 – 4}\right) : 2$
33.	**a)** Ver al final de la tabla. **b) i.** \$640 **ii.** \$24320 **iii.** 80000
34.	**a)** 4 partidos **b)** 12 partidos **c)** Ver al final de la tabla. **d)** Los Tigres deben ganar y La Murga debe perder o empatar.
35.	**a)** 40cm **b)** $1350cm^2$

36.	784 cm^2
37.	200 m^2
38.	150 cm
39.	60 m
40.	12 cm
41.	164 cm^2
42.	**a)** 180 cm **b)** 72 cm^2
43.	El triple del siguiente de ***a***. El siguiente del triple de ***a***. El anterior de ***a*** aumentado en el doble de 7. El anterior de 7 disminuido en el doble de ***a***. El siguiente del doble de ***a*** disminuido en 7. El doble del anterior de ***a*** aumentado en 7. $3a+1$ $a-1+2.7$ $7-1-2a$ $2a+1-7$ $3(a+1)$ $2(a-1)+7$
44.	**a)** $2b-\frac{8}{2}$ y $2b-8:2$. **b)** $4n+n-1+1$
45.	**a)** 3 (***p*** + 8) : 2 y 3 (***p*** : 2 + 4).
46.	**a) i.** $211-n.3$ y $211-3n$ **ii.** \$103 **b) i.** $7(m+12)+60$ y $7m+7.12+60$ **ii.** \$214 **c) i.** 120***c*** – 10.12 y 10 (12***c*** – 12) **ii.** \$120 **d) i.** 3***m*** + ***m*** + ***m*** : 2 **ii.** Tienen 405 figuritas entre los tres. Martina tiene 90 figuritas, Damiana tiene 45 y Conrado, 270 figuritas.
47.	Ver al final de la tabla.
48.	**a)** 12 m^2 **b)** 108 m^2
49.	**a)** 11, 12, 13, 14, 15 o 16. **b)** $11 \leq h < 17$, $10 < h \leq 16$, y $h \leq 16$ y $h > 10$. **c)** 11 hamburguesas
50.	4, 5, 6, 7, 8 o 9.
51.	$F \leq 38$
52.	El doble de ***a*** es a lo sumo 20. El doble de ***a*** es 20. El doble de ***a*** es por lo menos 20. El doble de ***a*** supera a 20. El doble de ***a*** es menor que 20. $2a > 20$ $2a \geq 20$ $2a \leq 20$ $2a < 20$ $2a = 20$
53.	**a)** $p < r < q$ **b)** $q < r < p$
54.	**a)** Las edades de Alicia y Betina suman 25 años. **b)** Alicia es menor que Betina. **c)** La edad de Betina es menor que tres veces la de Alicia. (15 años) **d)** La edad de Betina y la de Alicia difieren en 5 años. **e)** Betina es 5 años mayor que Alicia.
55.	**a)** > **b)** = **c)** < **d)** > **e)** =
56.	**a) i.** 51, 52, 53, 54, 55 o 56. **ii.** 5, 6 o 7. **iii.** 2, 3, 4, 5 o 6. **b)** 100, 101, 102, 103, 104 o 105.
57.	Ver al final de la tabla.
58.	Ver al final de la tabla.
59.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** ***r*** = 60 y ***t*** = 140. **c)** Ver al final de la tabla.
60.	Ver al final de la tabla.
61.	**a)** 5 carros **b)** No, habrían usado la misma cantidad de carros, o sea, 5.
62.	**a)** 15 cajones **b)** 29 cajones
63.	**a)** 23 bolsas **b)** 9 bolsitas

64.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** 18, 19 o 20.
65.	El dividendo es 27, el cociente, 3 y el resto es 6.
66.	**a)** 100, 101, 102 o 103. **b)** 3
67.	**a)** 3 **b)** 2
68.	**a)** 1, 3, 11 y 33. **b)** 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 y 70. **c)** 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30. **d)** 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 45, 30 y 90.
69.	60
70.	45 cajas de 5 tazas cada una, 25 cajas de 9 tazas cada una o 15 cajas de 15 tazas cada una.
71.	45
72.	No es múltiplo de 5.
73.	**a)** Falso, porque el resto de la división por 5 es distinto de cero. **b)** Verdadero, porque 105 = 7 . 15. **c)** Falso, porque 4,5 no es un número natural.
74.	1, 2, 3, 6 y 9.
75.	Mariela tiene razón. Por lo que dice Patricio debería cumplirse que 73 = ***n*** . 7 + 10, con lo cual 73 – 10, o sea, 63, sería múltiplo de 7. En consecuencia, el valor de ***n***, es decir, del divisor, sería 9. Luego, si el divisor es 9, el resto no puede ser 10, ya que en una división entera el resto no puede ser mayor que el divisor.
76.	**a)** Sí. **b)** Sí. **c)** Sí.
77.	Hay dos posibilidades: ***a*** = 9 o ***a*** = 18.
78.	Ver al final de la tabla.
79.	**a)** ***a*** = 3 y ***b*** = 0, o ***a*** = 7 y ***b*** = 5. **b)** ***a*** = 1 y ***b*** = 2, o ***a*** = 8 y ***b*** = 6.
80.	**a)** 73854 **b)** 93819 **c)** 8728
81.	**a)** 2 **b)** 11
82.	**a)** 7 **b)** 2 **c)** 1 **d)** 0
83.	**a)** La que tiene el 0. **b) i.** La que tiene el 1. **ii.** Por ejemplo: elegí un número que no sea primo ni compuesto o elegí un número que tenga un único divisor.
84.	**a)** $2^2 . 3^3$ **b)** $2^3 . 3 . 17$ **c)** $2^3 . 3^2 . 7$
85.	211
86.	**a)** 3125 **b)** 729 **c)** 875
87.	**a)** Por ejemplo: 2 y 5. No son los únicos, porque la suma entre, por ejemplo, 2 y 11 también es un número primo. **b)** 2 y 3. Sí son los únicos, porque si dos números naturales son consecutivos, entonces uno de ellos es par y el único par primo es el 2. **c)** 2187
88.	17
89.	Porque es múltiplo de 3.
90.	**a)** 1 **b)** Por ejemplo: 2. **c)** Por ejemplo: 9. **d)** Por ejemplo: 6.
91.	**a) i.** 23 **ii.** 21 **b)** Por ejemplo: 1. Hay infinitas posibilidades, ya que el valor de ***b*** puede ser cualquier número natural. **c)** 32, 36, 40 y 44.
92.	350 . (300 – 25 – 20) + 200 . 25 – 60000 y 350 . 255 + 200 . 25 – 60000

93.	**a)** Pedro obtuvo 41 puntos, Carla, 29 puntos, Matías obtuvo 18 puntos y Justina, 36 puntos. **b)** [C] 4 . (10 – 3) + 1 [ ] 4 . (10 – 3 + 1) [P] 4 . (10 + 1) – 3 [M] $4^2 – 1 + 3$ [J] $(4 + 3 – 1)^2$ [ ] $(4 + 3)^2 – 1$ **c)** Ver al final de la tabla.
94.	**a)** < **b)** = **c)** > **d)** =
95.	34 páginas
96.	60 lamparitas
97.	**a)** V, porque 2 . 24 = 2 . (20 + 4) = 2 . 20 + 2 . 4. **b)** F, pues 2 . 24 ≠ 2 . 20 + 4 por el ítem **a)**. **c)** V, ya que 2 . 24 = 2. (25 – 1) = 2 . 25 – 2 . 1. **d)** V, porque 38 : 2 = (30 + 8) : 2 = 30 : 2 + 8 : 2. **e)** F, pues 74 : 2 = (70 + 4) : 2 = 70 : 2 + 4 : 2 y 70 : 2 + 4 : 2 ≠ 70 : 2 + 4. **f)** V, ya que 96 : 2 = (100 – 4) : 2 = 100 : 2 – 4 : 2.
98.	**a)** 22 personas **b)** 13 personas **c)** 10 personas
99.	**a)** 5 **b)** 26 **c)** 106 **d)** 8
100.	**a)** $7p – 6$ **b)** $36
101.	**a)** 6, 7, 8, 9, 10, 11 o 12. **b)** $f > 5$ y $f \leq 12$, $5 < f \leq 12$, y $6 \leq f \leq 12$. **c) i.** $v = 2f$, $f = v : 2$ y $f = \frac{v}{2}$. **ii.** 18 estampillas
102.	**a) i.** $2a + b$ **ii.** $a + b : 2$ **b) i.** A Pedro. **ii.** A Hugo. **c)** 290 m
103.	36 cm
104.	9 alumnos
105.	**a)** Patricio es menor que Carmelo. **b)** La edad de Carmelo es el triple de la de Patricio. (6 años) **c)** Carmelo tiene 40 años más que Patricio.
106.	**a)** $q < p < r$ **b)** $r < q < p$
107.	**a) i.** $4 . 3x^2$ y $12 x^2$. **ii.** $18 x$ **b)** El área mide 48 cm^2 y el perímetro, 36 cm.
108.	**a) i.** 23 **ii.** 71 **b) i.** 80 **ii.** 72
109.	Si a representa el número que se conoce y a^2 representa su cuadrado, como $a . (a + 1) = a^2 + a$, entonces se puede calcular el producto del número por su siguiente sumándole al número su cuadrado.
110.	**a)** 1 cm o 3 cm. **b)** 25 cm
111.	$2 (2m + 3)$ y $4m + 6$.
112.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** 6
113.	**a)** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 u 8. **b)** 8 chicos practican tenis.
114.	$a = 5$ y $b = 0$, $a = 1$ y $b = 4$, o $a = 6$ y $b = 8$.
115.	**a)** n es múltiplo de 8 y n es par. **b)** 24 o 48.
116.	632
117.	**a)** 88 **b)** 150
118.	**a)** 8 y 125. **b)** Por ejemplo: 8 . 5 . 125.
119.	162 y 165.
120.	$7a – 3$ y $a^2 + a$.

4. a)

	Cantidad de artículos comprados			
Comprador	**Remeras**	**Pantalones**	**Pares de zapatillas**	**Gasto total**
Alexis	3	1	2	**$382**
Julia	4	**2**	1	$388
Pedro	**3**	**3**	1	$434

25.

14	–	24	:	4	=	8
–		:		–		+
4	+	2	:	1	=	6
:		+		.		–
2	+	4	.	2	=	10
=		=		=		=
12	–	16	:	2	=	4

29.

a	b	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	$(a + b)^2$
2	3	**4**	**9**	**13**	**25**
8	0	**64**	**0**	**64**	**64**
4	6	**16**	**36**	**52**	**100**

31.

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a + b}$
16	9	**4**	**3**	**7**	**5**
49	0	**7**	**0**	**7**	**7**
144	25	**12**	**5**	**17**	**13**

33. a)

Edad	12	13	14	15	16	17	18	Total
Cantidad de alumnos	**5**	12	21	**27**	32	**30**	**15**	142

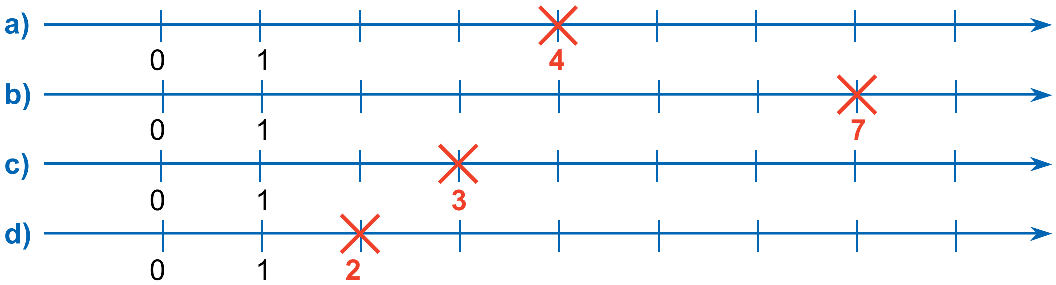
34. c)

Equipos	Partidos Ganados	Partidos Empatados	Partidos Perdidos	Puntaje
Changüí	1	0	3	3
La Murga	3	1	0	10
Los Volcanes	1	1	2	4
Los Despistados	2	1	1	7
Los Tigres	3	0	1	9
Papanatas	0	2	2	2

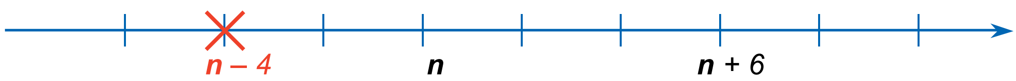
47.

a	*b*	Área del rectángulo	Perímetro del rectángulo
2	4	36	24
3	1	27	24
4	2	48	32
5	0	30	34

57.

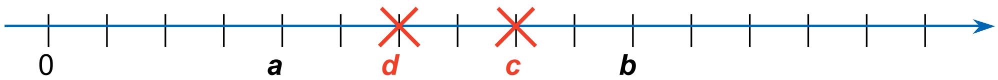


58.

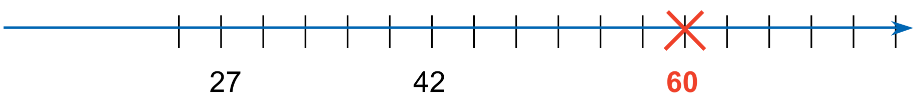


59.

a)



c)

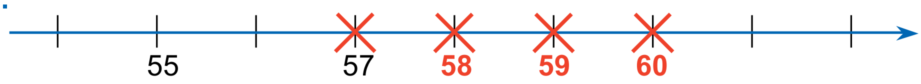


60.

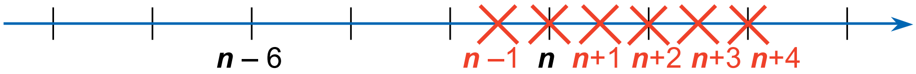
a) **i.**



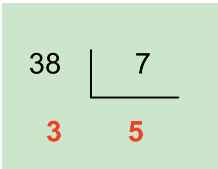
ii.

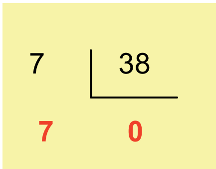


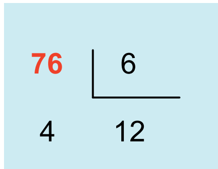
b)



64. a)







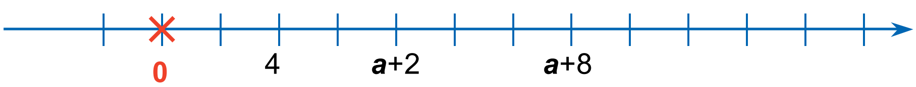
78.

	es múltiplo de							
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**9**	**10**	**11**
222	X	X			X			
2222	X							X
216	X	X	X		X	X		
156	X	X	X		X			
165		X		X				X
1221		X						X
2112	X	X	X		X			X
9130	X			X			X	X

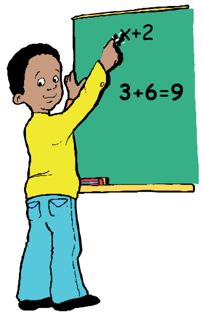
93. c)

Alumnos	Nota del escrito	Nota del coloquio	Puntaje total
Pedro	41	41	82
Carla	29	38	67
Matías	18	39	57
Justina	36	40	76

112.
a)



Núcleo Temático 1



NÚMEROS RACIONALES NO NEGATIVOS

Todos los días en el supermercado de la esquina las ofertas figuran en un cartel:

> *Ofertas del día*
>
> *1 paquete de yerba $ 3,49*
> *1/2 docena de huevos $ 4*
> *2 1/4 litros de gaseosa $ 6,55*

*Los números que aparecen en el cartel, 1; 1/2 ; $2\frac{1}{4}$; 3,49; 4; 6,55 son distintas expresiones de **números racionales**.*

▶ Escribamos a *3,49* como cociente de dos números naturales.

$$3{,}49 = 349 : 100 = \frac{349}{100}$$

Todo número que se puede expresar como cociente de dos números naturales es un número racional no negativo.

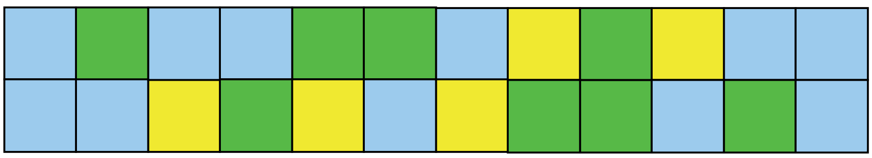
*Vamos a trabajar con los números racionales expresados de esta forma, es decir, como **fracción**.*

> Un número racional no negativo expresado como **fracción**
>
> se escribe: $\frac{a}{b}$ a → *numerador*, b → *denominador*
>
> con $a \in N$, $b \in N$ y $b \neq 0$.

En la escuela hemos trabajado con las fracciones repartiendo, expresando las partes de un entero, midiendo, resolviendo problemas.

Por ejemplo:

Melisa azuleja el baño de su casa. En una de las paredes coloca una guarda formada por azulejos cuadrados de distintos colores, amarillos, verdes y celestes, del mismo tamaño, como muestra el dibujo.

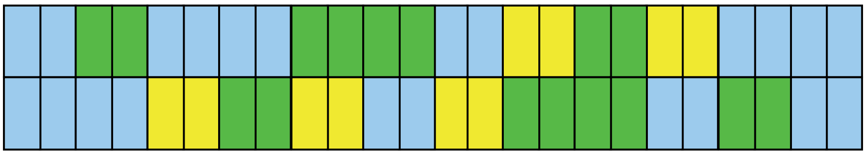


▶ ¿Qué parte de la guarda está formada por azulejos de color amarillo?

La guarda está formada por 24 cuadrados , de los cuales 5 son amarillos, por lo tanto la fracción $\frac{5}{24}$ ***representa la parte de la guarda que es amarilla***.

▶ Escribamos una fracción equivalente a $\frac{5}{24}$.

Si a cada cuadrado lo dividimos por la mitad, nos queda la guarda formada por 48 rectángulos ,



de los cuales 10 son amarillos, entonces la fracción $\frac{10}{48}$ *también representa la parte de la guarda de color amarillo.*

Estas dos fracciones representan la misma parte de la unidad (en este caso la guarda). Por lo tanto, representan el mismo número racional, son equivalentes.

.

> Las fracciones que representan un mismo **número racional** se llaman **fracciones equivalentes**.

▶ ¿Cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes y representan la parte de color verde de la guarda?

$$\frac{16}{48} \qquad \frac{8}{24} \qquad \frac{8}{48} \qquad \frac{1}{3}$$

Hay ocho cuadrados verdes, por lo tanto, $\frac{8}{24}$ *representa lo pedido.*

También podemos pensar que son dieciseis rectángulos , cada uno de estos rectángulos es la mitad de cada cuadrado.

x 2

$\frac{8}{24} = \frac{16}{48}$ *pero también* $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

x 2   : 8   : 8

> Para obtener una **fracción equivalente** a otra dada,
> se **multiplican** el numerador y el denominador por un mismo número natural distinto de cero;
> o se **dividen** el numerador y el denominador por un mismo número natural divisor de ambos.

Finalmente, $\frac{8}{48}$ no es equivalente a las otras tres fracciones, pues $\frac{8}{48}$ es menor que $\frac{16}{48}$, luego ***las fracciones equivalentes que representan la parte de la figura formada por azulejos de color verde serán:***

$$\frac{16}{48},\ \frac{8}{24}\ y\ \frac{1}{3}.$$

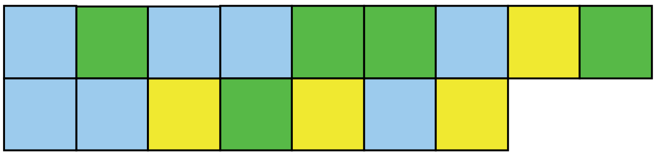
▶ ¿Alguna de las tres fracciones anteriores es irreducible?

Una fracción es **irreducible** si el numerador y el denominador son **coprimos**. (el único divisor común entre ellos es el 1)

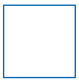
La única irreducible es $\frac{1}{3}$, pues tiene numerador y denominador coprimos.

Observá que toda fracción tiene una equivalente irreducible.

▶ Melisa hace colocar una guarda de igual tamaño en otra pared. El albañil no ha terminado el trabajo, ha colocado solamente lo que muestra el dibujo.



Si tomamos a una guarda como unidad, ¿qué parte de la unidad ha colocado el albañil?

De los azulejos cuadrados  *, colocó 40 (24+16), por lo tanto, hasta ahora ha colocado $\frac{40}{24}$ de una guarda, o, si* ***simplificamos****, $\frac{5}{3}$ de una guarda.*

Simplificar una fracción significa
dividir el numerador y el denominador de ésta por un divisor de ambos.

Si una fracción es **irreducible** no se puede simplificar.

Pero también, si una fracción es ***mayor que la unidad****, la podemos escribir como un* ***número mixto****, en nuestro caso,*

$$\frac{5}{3} = 1\ \frac{2}{3}$$

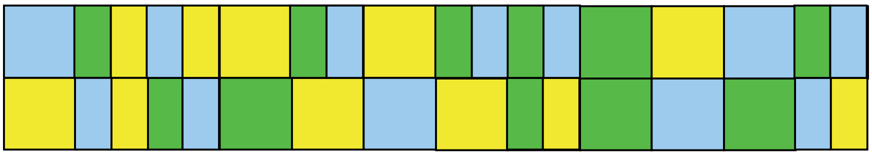
Parte de una unidad ($\frac{2}{3}$)

cantidad de unidades (1)

O sea, hasta ahora ha colocado una guarda y dos tercios.

Para que lo intentes solo...

1. En otra pared, el albañil terminó de realizar la siguiente guarda a pedido de Melisa, quedando como muestra el dibujo.



a) ¿Qué parte de la guarda es verde? ¿Y amarilla? *Escribí tus respuestas como fracciones irreducibles.*

b) Si consideramos a una guarda como unidad,

i. ¿qué parte de la unidad colocó, una vez terminadas dos guardas como la anterior, de celeste o amarillo?

ii. Si es posible, escribí el resultado anterior como un número mixto.

2. Completá, en cada caso, con el número adecuado para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{4}{9} = \frac{12}{.....} = \frac{.....}{36}$ **b)** $\frac{49}{21} = \frac{7}{.....} = \frac{.....}{18}$ **c)** $\frac{50}{15} = \frac{10}{.....} = \frac{.....}{9}$

3.

a) ¿Cuántos octavos equivalen a tres cuartos? ¿Y cuántos dieciseisavos?

b) ¿Qué fracción con denominador 16 equivale a $\frac{1}{4}$? ¿Y con denominador 32?

4.

a) Expresá la fracción $\frac{2}{5}$ con denominador 15.

b) Expresá la fracción $\frac{18}{24}$ con denominador 4.

c) Expresá la fracción $\frac{35}{21}$ con denominador 12.

5. Decidí cuáles de las siguientes fracciones pueden expresarse con denominador 6. En caso que se pueda, escribilas.

a) $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{4}{12}$ **c)** $\frac{18}{12}$ **d)** $\frac{15}{24}$ **e)** $\frac{30}{24}$

6.

a)

i. ¿Es posible escribir $3\frac{1}{2}$ usando solo cuartos?

ii. ¿Y usando solo tercios?

b)

i. ¿Es posible escribir $2\frac{2}{3}$ usando solo sextos?

ii. ¿Y usando solo medios?

c) En los casos que sea posible escribí las fracciones correspondientes.

7. ¿Cuáles de las siguientes fracciones es posible escribir con un denominador menor que el que tiene? Escribilas.

$\frac{12}{36} =$ $\qquad$ $\frac{19}{14} =$ $\qquad$ $\frac{51}{18} =$ $\qquad$ $\frac{21}{35} =$

8.

a) Marcá con una X las fracciones irreducibles.

☐ $\frac{23}{5}$ $\qquad$ ☐ $\frac{15}{24}$ $\qquad$ ☐ $\frac{17}{7}$ $\qquad$ ☐ $\frac{7}{21}$

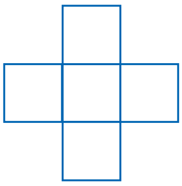
b) Simplificá:

i. $\frac{38}{8} =$ $\qquad$ **ii.** $\frac{9.\boldsymbol{a}}{12} =$ ($\boldsymbol{a}$ no es múltiplo de 12) $\qquad$ **iii.** $\frac{20\,\boldsymbol{m}}{5\,\boldsymbol{m}} =$ ($\boldsymbol{m} \neq 0$)

c) Marcá con una X las fracciones equivalentes.

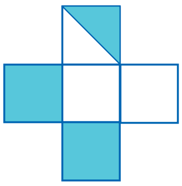
☐ $\frac{10}{4}$ y $\frac{25}{10}$ $\qquad$ ☐ $\frac{49}{21}$ y $\frac{28}{12}$ $\qquad$ ☐ $\frac{8}{24}$ y $\frac{12}{18}$ $\qquad$ ☐ $\frac{10}{15}$ y $\frac{21}{14}$

9. Considerá la figura siguiente como unidad.

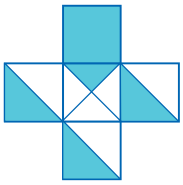


¿Qué parte de la unidad representa la región sombreada?

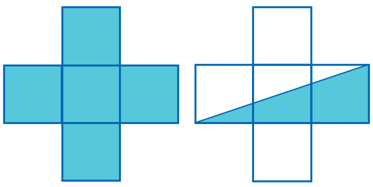
a)



b)



c)



10. ¿ Qué valores puede tomar $\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{a} \neq 0$) para que :

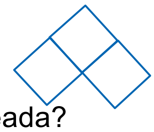
a) $\frac{5}{\boldsymbol{a}}$ sea mayor que 1?

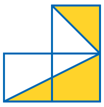
b) $\frac{11}{\boldsymbol{a}}$ sea menor que 1?

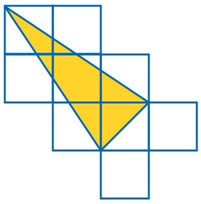
c) $\frac{\boldsymbol{a}}{4}$ sea mayor que 1?

d) $\frac{\boldsymbol{a}}{9}$ sea menor que 1?

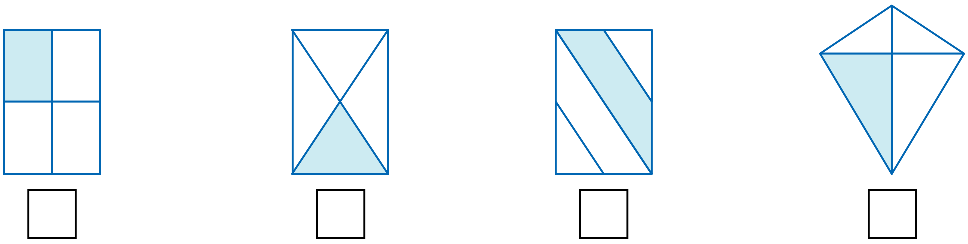
> Si el numerador es **menor** que el denominador la fracción es **menor** que la unidad.
>
> Si el numerador es **mayor** que el denominador la fracción es **mayor** que la unidad.

11. Si consideramos la figura  como unidad, ¿qué parte de la unidad representa la parte coloreada?

a) 

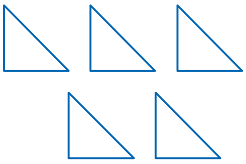
b) 

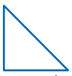
12. ¿En cuáles de las siguientes figuras la parte coloreada corresponde a $\frac{1}{4}$ de la misma? *Marcalas con una* X *en el* ☐ .



Veamos algunos ejemplos en los que nos dan la unidad y hay que representar una fracción de ella o dada una fracción reconstruimos la unidad.

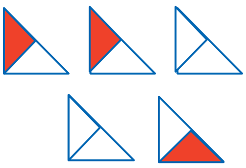
Fracción de la unidad

▶ Si la unidad es  representemos los $\frac{3}{10}$ de la misma.

Si dividimos cada triángulo  *por la mitad la unidad queda formada por diez triángulos pequeños congruentes*  *.*

Si coloreamos tres cualesquiera de ellos representamos $\frac{3}{10}$ *de la unidad.*

Por ejemplo:

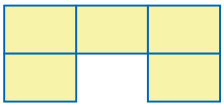


▶ Si la unidad es  representemos los $\frac{5}{3}$ de ella.

La unidad está dividida en tres rectángulos congruentes, cada uno representa $\frac{1}{3}$ *.*

La fracción $\frac{5}{3}$ es mayor que la unidad, para representarla necesitamos 5 veces $\frac{1}{3}$, es decir, cinco rectángulos  *, debemos agregar dos.*

Una posible representación es:



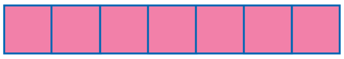
Reconstrucción de la unidad

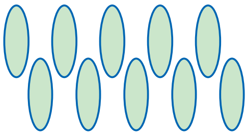
Reconstruí la unidad en cada caso:

▶ Si  representa los $\frac{2}{7}$ de la unidad.

Si dividimos el rectángulo rosa por la mitad quedan dos rectángulos más pequeños  *, cada uno representa $\frac{1}{7}$. Necesitamos siete rectángulos pequeños para formar la unidad, 7 veces $\frac{1}{7}$, $7 . \frac{1}{7} = 1$*

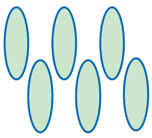
Una posible representación es:



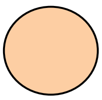
▶ Si  representá los $\frac{5}{3}$ de la unidad.

Los $\frac{5}{3}$ de la unidad están representados por diez óvalos, por lo tanto $\frac{1}{3}$ está representado por dos óvalos (10:5=2), como la unidad está formada por tres tercios y cada tercio son dos óvalos necesitamos 6 óvalos (2.3=6) para reconstruirla.

Por ejemplo:



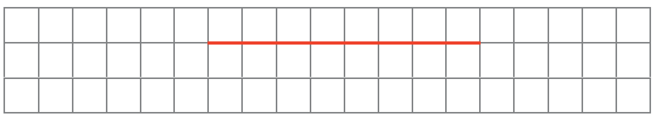
◈ *Para que lo intentes solo...*

13. Si  representa $\frac{2}{3}$ de la unidad, reconstruí la unidad.

14. El segmento dibujado sobre la cuadrícula mide $\frac{4}{5}$ de la unidad. Dibujá un segmento que mida:

a) $\frac{1}{5}$ de la unidad.

b) $\frac{11}{5}$ de la unidad.



ORDEN Y REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA NUMÉRICA

Para representar números racionales en la recta numérica debemos dividir la unidad convenientemente en partes iguales según el denominador del número que queremos representar.

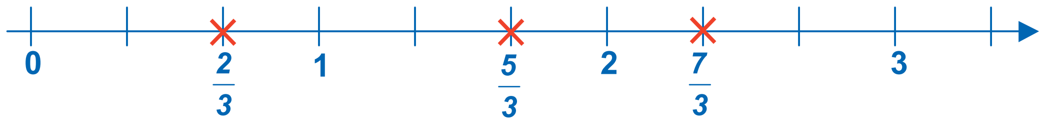
Veamos cómo representamos algunos números racionales expresados como fracciones.

- Fracciones con igual denominador $\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{7}{3}$.

Las tres fracciones tienen denominador 3, dividamos la unidad en tres partes iguales. Cada segmento en el que dividimos la unidad representa $\frac{1}{3}$ *de la misma.*

Para ubicar $\frac{5}{3}$*, que es 5 veces* $\frac{1}{3}$*, a partir del 0, en la semirrecta contamos cinco veces el segmento que representa un tercio y marcamos el número.*

Marcamos con una X las otras fracciones pedidas, $\frac{2}{3}$ *y* $\frac{7}{3}$



- Ordenemos las fracciones de menor a mayor.

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3} < \frac{7}{3}$$

> Las fracciones con igual denominador se ordenan según su numerador.

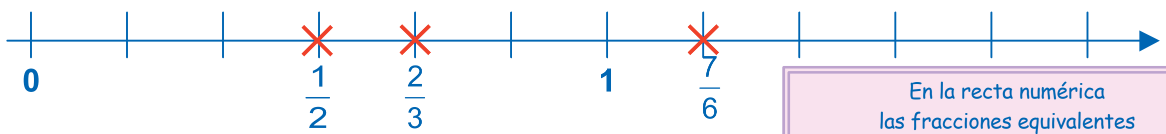
- Fracciones con distinto denominador $\frac{1}{2};\frac{7}{6};\frac{2}{3}$.

Observemos que $\frac{1}{2}$ *y* $\frac{2}{3}$ *son menores que 1, por lo tanto necesitamos representar en la recta el 0 y 1.*

Como los denominadores son distintos, 2, 3 y 6, nos conviene buscar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Elegimos un número que sea múltiplo de 2, 3 y 6, en este caso el 6.

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6} \quad , \quad \frac{2}{3}=\frac{4}{6} \; y \; \frac{7}{6}$$

Para representar estos números podemos dividir la unidad en sextos y luego representar las fracciones equivalentes a las dadas.



> En la recta numérica las fracciones equivalentes corresponden a un mismo punto.

▶ Ordenemos las fracciones dadas de menor a mayor.

- *Una manera de ordenar fracciones es teniendo en cuenta la recta numérica. Para ordenarlas de menor a mayor se escriben en el orden que aparecen en la recta de izquierda a derecha.*

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{7}{6}$$

- *También podríamos haber pensado que $\frac{2}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y $\frac{7}{6}$ es la fracción mayor porque es mayor que 1.*

▶ ¿Cuál es mayor $\frac{3}{7}$ o $\frac{2}{5}$?

Busquemos fracciones equivalentes con igual denominador.

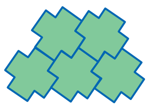
$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$, $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ *entonces* $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$

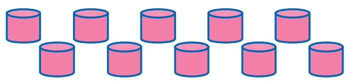
> Para **comparar** fracciones se
> buscan fracciones **equivalentes** a ellas que tengan igual denominador.

Para que lo intentes solo...

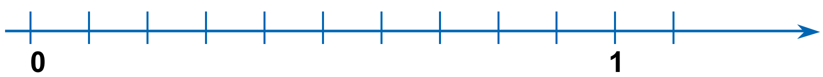
15.

a) Representá $\frac{3}{5}$:

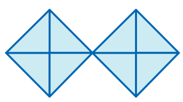
i. Si la unidad es 

ii. Si la unidad es 

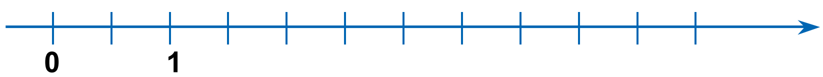
iii. En la recta numérica:



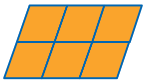
b) Representá $2\frac{3}{4}$:

i. Si la unidad es 

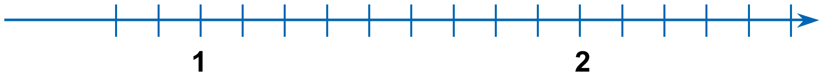
ii. En la recta numérica:



c) Representá $\frac{7}{3}$:

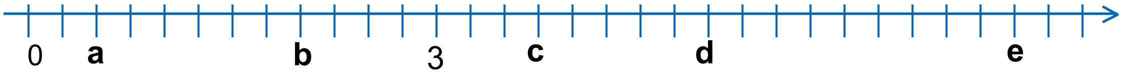
i. Si la unidad es 

ii. En la recta numérica:



16.

a) ¿Qué fracción irreducible representan los puntos de la recta numérica indicados con letras?

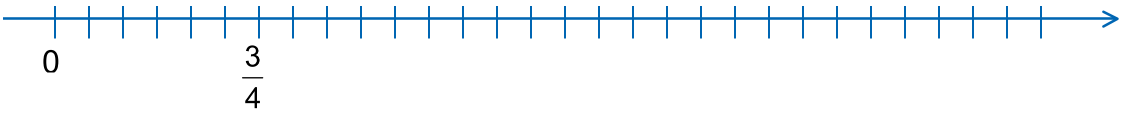


b)* Marcá con una **X**, sobre la recta numérica los puntos correspondientes a los números indicados. Escribí los números que corresponden a cada una de las cruces que marcaste.

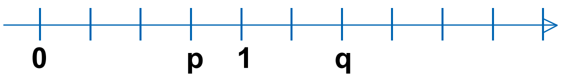
i. * $\frac{8}{4};\frac{9}{6};\frac{3}{4};2\frac{1}{4};\frac{2}{5}$



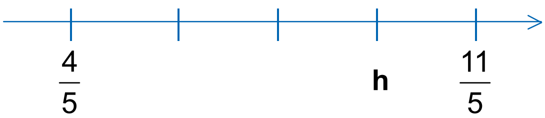
ii. $1;\frac{1}{4};\frac{5}{2};\frac{15}{8};\frac{9}{4}.$



17. Representá sobre la recta $\frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{q}},\frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{p}}$ y $\frac{\boldsymbol{q}-2\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}}$.



18. ¿Qué número representa **h**?



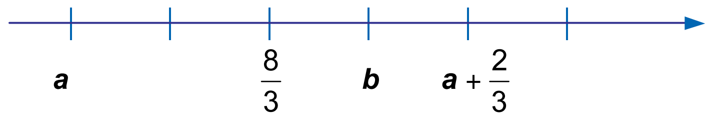
19. Completá:



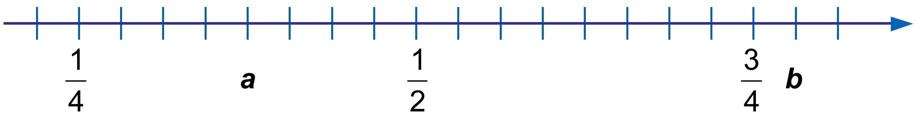
$|\boldsymbol{AB}|$ es $\frac{1}{4}$ de $|\boldsymbol{BC}|$ entonces $|\boldsymbol{AB}|$ = ...$|\boldsymbol{AC}|$ y $|\boldsymbol{AC}|$ = ...$|\boldsymbol{BC}|$.

20. En cada caso, ¿qué fracciones representan ***a*** y ***b***?

a)



b)*



CÁLCULO MENTAL CON FRACCIONES

Cuando operamos con números naturales vimos distintas estrategias para resolver cálculos. También con las fracciones podemos usar distintos procedimientos que nos permiten resolver situaciones diversas. Veamos algunos de ellas:

Para comparar fracciones

▶ Marina compró $1\frac{1}{2}$ metros de tela y Juana compró $\frac{8}{6}$ metros de la misma tela. ¿Quién compró más tela?

Juana compró $1\frac{2}{6}$ metros de tela. Al igual que Marina compró más de un metro de tela.

Ahora podemos comparar $\frac{1}{2}$ con $\frac{2}{6}$, o su equivalente $\frac{1}{3}$, es decir $\frac{1}{2}$ con $\frac{1}{3}$.

Podemos pensar que se necesita 3 veces $\frac{1}{3}$ para completar un entero, en cambio, con $\frac{1}{2}$ se necesitan sólo dos. En consecuencia $\frac{1}{3}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Por lo tanto Marina compró más tela.

▶ Joaquín compró $\frac{5}{8}$ de kilogramo de uvas y su hermana compró $\frac{7}{14}$ de kilogramo de la misma fruta. ¿Quién compró más?

Como $\frac{7}{14}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$, entonces analizamos si $\frac{5}{8}$ es mayor o menor a $\frac{1}{2}$. Para ello podemos buscar la fracción equivalente a $\frac{1}{2}$ con denominador 8: $\frac{4}{8}$; como $\frac{5}{8}$ supera a $\frac{4}{8}$, estamos en condiciones de asegurar que Joaquín compró más.

En algunos casos es útil comparar con $\frac{1}{2}$ o con **1** o con el entero más próximo.

En la fracción $\frac{1}{2}$ y sus equivalentes $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$, etc, el numerador es la mitad del denominador entonces comparamos el numerador y el denominador de cada fracción y analizamos si es menor, igual o mayor que $\frac{1}{2}$.

Por ejemplo: $\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$ pues 3< 4 (8:2) o $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}$ pues 5>3 (6:2)

Para calcular

▶ Gustavo tiene que recorrer 2 kilómetros y ya caminó $\frac{3}{8}$ del trayecto. ¿Qué parte del trayecto le falta recorrer?

Podemos pensar en el entero: a $\frac{3}{8}$ le faltan $\frac{5}{8}$ para llegar a 1, y todavía falta otro entero ($\frac{8}{8}$) , entonces a Gustavo le falta $1\frac{5}{8}$ del camino para completar los 2 kilómetros. Es decir $\frac{13}{8}$.

▶ Esteban decide recorrer un camino en tres etapas. El primer día realiza $\frac{1}{3}$ del trayecto y el segundo día recorre $\frac{2}{5}$. ¿Qué parte del camino queda para el tercer día?

Podemos pensar el camino como dividido en 15 partes iguales (considerando en el menor múltiplo entre 3 y 5), entonces, recorrer $\frac{1}{3}$ es equivalente a caminar $\frac{5}{15}$, mientras que recorrer $\frac{2}{5}$ es equivalente a caminar $\frac{6}{15}$, por lo tanto sumar $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ es equivalente a sumar $\frac{5}{15} + \frac{6}{15}$.

Si ya recorrió $\frac{11}{15}$ del camino le falta recorrer, en la tercera etapa, lo que le falta para llegar al entero, es decir, $\frac{4}{15}$ del trayecto.

▶ Expresemos $5 + \frac{2}{3}$ como una sola fracción.

Vemos que 5 es equivalente a $\frac{15}{3}$, porque si por cada entero se tiene 3 de $\frac{1}{3}$, en 5 enteros se tiene 5.3 de $\frac{1}{3}$ que es igual a $\frac{15}{3}$.

Entonces $5 + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$

Un número racional no negativo expresado como **fracción** se escribe: $\frac{a}{b} = a.\frac{1}{b}$ con $a \in N$, $b \in N$ y $b \neq 0$.

▶ Expresemos al número mixto $2\frac{3}{5}$ como una fracción.

$$2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

Para que lo intentes solo...

21. Para comparar $\frac{6}{7}$ y $\frac{7}{8}$ Eloy dice que a los dos les falta una parte para completar el entero pero que $\frac{1}{7}$ es mayor que $\frac{1}{8}$ por eso, $\frac{7}{8}$ es mayor que $\frac{6}{7}$, ¿estás de acuerdo?

22. a) Decidí cuáles de las siguientes fracciones son menores que $\frac{1}{2}$.

i. $\frac{3}{8}$ **ii.** $\frac{9}{14}$ **iii.** $\frac{3}{7}$ **iv.** $\frac{13}{26}$

b) Decidí cuáles de los siguientes números están entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{5}{2}$.

i. $1+\frac{1}{3}$ **ii.** $2-\frac{4}{5}$ **iii.** $\frac{25}{17}$ **iv.** $\frac{29}{10}$ **v.** $\frac{7}{5}+\frac{3}{10}$

23. Completá para que se cumpla la igualdad.

a) $\frac{2}{13} + \quad = 1$ **b)** $\frac{4}{3} \quad = 1$ **c)** $\frac{3}{11} + \quad = 2$ **d)** $\frac{17}{5} - \quad = 3$

24. Escribí como una sola fracción.

a) $11+\frac{3}{6}=$ **b)** $5+\frac{14}{3}=$ **c)** $5-\frac{2}{9}=$ **d)** $3-\frac{1}{8}=$

25. Escribí como sumas de un número entero y una fracción menor que 1.

a) $\frac{5}{3}=$ **b)** $\frac{13}{5}=$ **c)** $\frac{25}{8}=$ **c)** $\frac{65}{9}=$

26. Decidí, sin buscar el resultado de los siguientes cálculos, si :

a) $3-\frac{1}{4}$ es mayor a 2

b) $\frac{5}{2}+\frac{6}{8}$ es mayor que 3

c) $\frac{2}{5}+\frac{4}{7}$ es mayor a $\frac{1}{2}$

c) $\frac{7}{12}+\frac{1}{40}$ es menor a $\frac{1}{2}$

27. a) ¿Cuánto hay que agregar a $\frac{3}{4}$ para obtener $\frac{4}{5}$?

b) ¿En cuánto excede $\frac{7}{9}$ a $\frac{2}{5}$?

28.

a) Calculá el doble de:

i. $\frac{1}{4}$ **ii.** $\frac{1}{3}$ **iii.** $\frac{4}{3}$ **iv.** $\frac{8}{7}$

b) Calculá la mitad de:

i. $\frac{1}{4}$ **ii.** $\frac{1}{3}$ **iii.** $\frac{4}{3}$ **iv.** $\frac{8}{7}$

29. Quiero repartir helado por partes iguales entre 5 invitados a una fiesta. Completá la siguiente tabla que relaciona la cantidad de kilogramos de helado disponibles con la porción que le tocará a cada invitado.

Cantidad de helado (en kg)	3	1	$\frac{1}{2}$		6	$6\frac{1}{2}$	
Cantidad de helado que le toca a cada invitado(en kg)	$\frac{3}{5}$			$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{3}$

30.

a) Encontrá, para cada una de las siguientes fracciones, el mayor número natural menor que cada una de ellas.

i. $\frac{15}{9}$ **ii.** $2\frac{1}{5}$ **iii.** $\frac{27}{4}$ **iv.** $\frac{7}{8}$ **v.** $\frac{14}{5}$ **vi.** $\frac{25}{17}$

b) Encontrá, para cada una de las siguientes fracciones, el menor número natural mayor que cada una de ellas.

i. $\frac{15}{9}$ **ii.** $2\frac{1}{5}$ **iii.** $\frac{27}{4}$ **iv.** $\frac{7}{8}$ **v.** $\frac{14}{5}$ **vi.** $\frac{25}{17}$

31. Indicá <, > o = según corresponda.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2}$

b) $4 \cdot \frac{1}{3} \ldots\ldots\ldots \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{8}$

c) $\frac{5}{2} : 4 \ldots\ldots\ldots \frac{7}{8}$

d) $\frac{1}{2} : 5 \ldots\ldots\ldots \frac{3}{10}$

32. Indicá < , > o = según corresponda. (b≠0; c≠0)

a) $\frac{6}{b} \ldots\ldots\ldots \frac{7}{b}$ **b)** $\frac{a}{b} \ldots\ldots\ldots \frac{a-1}{b}$

c) $\frac{a}{b} \ldots\ldots\ldots \frac{a}{b+1}$ **d)** $\frac{6}{b} + \frac{3}{b} \ldots\ldots\ldots \frac{9}{b}$

e) Si $\frac{5}{c} > \frac{5}{b}$ entonces c.......b **f)** Si $\frac{c}{7} > \frac{b}{7}$ entonces c.......b

OPERACIONES CON FRACCIONES

Recordemos, siguiendo los ejemplos, cómo se realizan las operaciones con fracciones:

Sumas y/o restas de fracciones con igual denominador:

▶ $\frac{2}{9} + \frac{14}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2+14-5}{9} = \frac{11}{9}$

▶ $\frac{9}{7} - \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right) =$

$= \frac{9}{7} - \frac{4}{7} = \frac{5}{7}$

Para **sumar** (o **restar**) fracciones de igual denominador se suman (o se restan) los numeradores y se deja el mismo denominador.

Si las fracciones tienen distintos denominadores:

▶ $\frac{7}{5} + \frac{2}{3} = \frac{21}{15} + \frac{10}{15} = \frac{31}{15}$

$\frac{7}{5} = \frac{21}{15}$ (x 3) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ (x 5)

▶ $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{25}{30} + \frac{15}{30} - \frac{12}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$

Para **sumar** (o **restar**) fracciones de distinto denominador se buscan fracciones de igual denominador, equivalentes a las dadas y luego se suman (o restan).

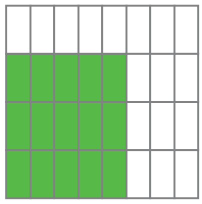
Es conveniente usar como denominador común al menor múltiplo común de los denominadores.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

33. Calculá:

a) $\frac{20}{3} + \frac{5}{3} + 3 =$ **b)** $\frac{4}{5} - \frac{1}{15} + \frac{2}{5} =$ **c)** $\frac{7}{2} + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6}\right) =$ **d)** $\frac{9}{4} + \frac{3}{5} - \frac{9}{10}$

Multiplicación de fracciones:



Si tenemos un cuadrado cuyo lado mide un metro, entonces los lados del rectángulo verde miden $\frac{5}{8}$ m y $\frac{3}{4}$ m.

▶ ¿Qué parte del cuadrado representa el rectángulo verde?

El cuadrado está formado por 8. 4 = 32 rectangulitos, de los cuales 5. 3 = 15 son verdes, por lo tanto, el rectángulo verde representa $\frac{15}{32}$ del cuadrado.

▶ ¿Cuál es el área del rectángulo verde?

La podemos calcular de dos maneras:

- *Cómo el área del cuadrado es $1m^2$, el área del rectángulo verde será $\frac{15}{32}$ de $1m^2$, o sea $\frac{15}{32}m^2$.*
- *Otra forma de calcularla es multiplicando la medida de los lados:*

$$\frac{5}{8}m\ .\ \frac{3}{4}m = \frac{5}{8}\cdot\frac{3}{4}m^2.$$

Comparando los dos resultados vemos que $\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{32}$.

Observemos que, al multiplicar fracciones obtenemos otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

▶ $\frac{11}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{11\ .\ 2}{3\ .\ 5}=\frac{22}{15}$

▶ $2\cdot\frac{3}{5}=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

▶ $\frac{10}{3}\cdot\frac{21}{4}=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}\ .\ \overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\ .\ \underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{35}{2}$

Al **multiplicar** fracciones se obtiene otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

Si es posible, conviene simplificar antes de realizar los cálculos.

◈ *Para que lo intentes solo...*

34. Calculá y expresá el resultado como una fracción irreducible.

a) $\frac{7}{2}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=$

b) $\frac{15}{6}\cdot\frac{8}{14}-\frac{3}{7}=$

c) $\frac{6}{15}\cdot\frac{11}{4}\cdot\frac{25}{33}=$

d) $2+5\cdot\frac{5}{2}=$

35. ¿Será cierto que multiplicar por $\frac{1}{5}$ es lo mismo que multiplicar por 10 y buscar la mitad? ¿Por qué?

Inverso de un número:

Un número es inverso de otro si al multiplicarlos el resultado es 1.

El cero no tiene inverso.

¿Cuál es el inverso de:

▶ $\frac{1}{8}$?

$\frac{1}{8}$ es la octava parte del entero por que 8 veces esa parte da el entero, por lo tanto 8 veces $\frac{1}{8}$ es igual a 1.

$\frac{1}{8} . 8 = 1$ *Por lo tanto el inverso de* $\frac{1}{8}$ *es* $\frac{8}{1} = 8$.

▶ 3?

Como $3 . \frac{1}{3} = 1$*, el inverso de 3 es* $\frac{1}{3}$.

▶ $\frac{2}{7}$?

Podríamos calcular el inverso de $\frac{2}{7}$ *utilizando el razonamiento anterior:*

$\frac{2}{7} = 2 . \frac{1}{7}$ *, entonces como* $\frac{1}{7} . 7 = 1$ *tenemos que* $\frac{2}{7} \cdot 7 = 2 . \frac{1}{7} . 7 = 2$

El inverso de 2 es $\frac{1}{2}$*, entonces* $2 . \underbrace{\frac{1}{7} . 7}_{1} . \frac{1}{2} = 2 . \frac{1}{2} = 1$

El inverso de $\frac{2}{7}$ *es* $\frac{7}{2}$ *porque* $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} = 1$

Observá que:

la **fracción inversa** de una fracción, distinta de 0, se obtiene intercambiando el numerador y denominador de la fracción dada.

División de fracciones:

Observá que dividir un número por otro, es equivalente a multiplicar el primero por el inverso del segundo.

Por ejemplo, $16 : 2 = 16 . \frac{1}{2} = 8$.

Entonces, para dividir una fracción por otra, multiplicamos la primera por la inversa de la segunda.

Por ejemplo,

▶ $\frac{4}{5} : \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{35}$

Para **dividir** una fracción por otra, distinta de 0, se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

◈ *Para que lo intentes solo...*

36. Calculá y expresá el resultado como una fracción irreducible.

a) $\frac{4}{3} : \frac{1}{9} =$

b) $\frac{18}{5} : 9 =$

c) $\frac{8}{25} \cdot \frac{9}{16} : \frac{6}{10} =$

d) $\frac{4}{9} : \frac{9}{4} : \frac{32}{27} =$

e) $\frac{4}{3} : \frac{1}{3} =$

f) $5 : \frac{1}{5} =$

37. De una jarra que contiene $2\frac{1}{4}$ litro de jugo de naranja se llenaron dos vasos de $\frac{1}{4}$ litro cada uno y un vaso de $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Cuánto jugo quedó en la jarra?

Potenciación.

▶ Calculemos $\left(\frac{5}{4}\right)^3$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5.5.5}{4.4.4} = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

> Para elevar una fracción a cualquier potencia, se elevan el numerador y denominador a dicha potencia.

En definitiva, lo que hicimos fue elevar al numerador y al denominador al cubo.

◈ *Para que lo intentes solo...*

38. Calculá y expresá el resultado como una fracción irreducible.

a) $\left(\frac{13}{4} - 3\right) : \frac{7}{8} =$

b) $\left(2 - \frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{5}{34} =$

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^2 =$

d) $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 =$

b) $50 . \left(\frac{3}{5}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{3}{5} : \frac{9}{10}\right)^2 =$

g) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} =$

39. Completá el crucigrama colocando en cada cuadro una fracción y obteniendo los resultados indicados.

	–	3/5	=	2
+		x		:
	x	1/9	=	
=		=		=
				5/3

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS

Al trabajar con números naturales vimos que muchas veces necesitamos traducir al lenguaje simbólico ciertas expresiones coloquiales, lo mismo ocurre cuando usamos los números racionales, veamos algunos ejemplos:

▶ En la plaza se plantan sólo tres tipos de árboles: álamos, pinos y acacias. Por cada 13 álamos se plantan 3 pinos y 2 acacias.

a) ¿Qué parte de los árboles que se plantan son álamos?

Se plantan 13 álamos sobre un total de 13+3+2=18 árboles.

Entonces la parte que se planta de álamos es $\frac{13}{18}$.

b) Si el total de árboles plantados es 126, ¿cuántos son pinos?

La parte de árboles que se planta de pinos es $\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$. *Entonces debemos calcular cuantos pinos es* $\frac{1}{6}$ *del total de árboles.*

Hacemos $\frac{1}{6}\cdot 126 = 21$. *Se plantan 21 pinos*

Otros ejemplos de traducción.

Si **a** = $\frac{3}{2}$ y **b** = $\frac{1}{5}$,

▶ cómo calcular cuánto es:

- dos tercios de **a** más el doble de **b.**

Escribamos en símbolos:

- *dos tercios de **a** es* $\frac{2}{3}.a$
- *el doble de **b** es 2. **b***

Los sumamos : $\frac{2}{3}.a + 2.\,b$

*Ahora le asignamos a **a** y a **b** los valores dados, entonces resulta:*

$$\frac{2}{3}.a + 2.\,b = \frac{2}{3}.\frac{3}{2} + 2.\,\frac{1}{5}$$

$$= 1+\frac{2}{5}$$

$$= \frac{5}{5}+\frac{1}{5}$$

$$= \frac{6}{5}$$

- el doble del cuadrado de **a**, disminuido en **b**.

Siguiendo el razonamiento anterior, escribimos en símbolos:

- *doble del cuadrado de **a**: 2.**a**²*

*y le restamos **b** : 2.**a**² - **b**, luego,*

$$2.a^2 - b = 2.\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{5}$$

$$= \overset{1}{\cancel{2}}.\frac{9}{\underset{2}{\cancel{4}}} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{1}{5}$$

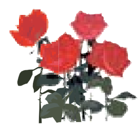
$$= \frac{45}{10} - \frac{2}{10}$$

$$= \frac{43}{10}$$

Para que lo intentes solo...

40. Para una fiesta patria los chicos tenían que cortar trozos de $\frac{1}{4}$ m de cinta argentina para hacer moños. Con su rollo Luciana pudo cortar exactamente 8, Aldana pudo cortar 6 con el suyo y Cristian 5. A ninguno de los chicos les sobró cinta, ¿Cuál era la longitud del rollo de cada uno?

41. Don Luis, recibió un paquete de $7\frac{1}{2}$ docenas de rosas rojas. Arma un gran ramo con los 2/5 de las rosas, con el resto hace 9 ramitos con el mismo número de rosas cada uno.



a) ¿Cuántas rosas hay en el ramo grande y en cada uno de los ramos pequeños?
b) ¿Qué parte del total de las rosas hay en cada ramito?

42. De una partida de 240 latas de arvejas y 500 latas de tomates,
a) 1/6 de las latas de arvejas se tiraron por estar vencidas, el resto se pone en cajas para vender y si sobra alguna lata se almacena. En cada caja entran exactamente 30 unidades. ¿Qué parte del lote original de latas de arvejas se almacena?
b) 68 latas de tomates se desechan, la mitad del resto se distribuye en 6 cajas ¿Qué parte del lote original de latas de tomates es la cantidad de cada caja?

43. En la panadería **"Levadura"** se hornearon 25 docenas de medialunas. 2/5 se vendieron telefónicamente, del resto 5/6 se vendieron al mostrador.
a) ¿Cuántas medialunas se vendieron telefónicamente?
b) ¿Cuántas al mostrador?
c) ¿Qué parte de las medialunas no se vendió?



44. Los pasajeros de un vuelo procedente del exterior se trasladan al centro de la ciudad en distintos medios de locomoción. Los 3/5 del total lo hacen en microbuses, 1/4 del resto lo hace en taxi.

a) ¿Qué parte del total tomó taxi?

b) 30 de los pasajeros, que representan 1/8 del total, fueron en remís. ¿Cuántos pasajeros tomaron otros medios de locomoción?

45. Un chacarero tiene 1200 vacas. Compró en una subasta de animales 1/3 de la cantidad que ya tenía. Vende la mitad de su ganado a \$78 cada animal, y los 3/16 del resto a \$85. ¿Cuánto dinero obtiene por la venta del ganado y cuántas vacas le quedaron?



46. El tanque de nafta de un auto tiene una capacidad de 60 litros, pero sólo tiene lleno los $\frac{3}{5}$ del mismo. El coche consume $\frac{2}{3}$ de litro cada 15km. Si recorre 750km, ¿qué parte del tanque queda llena?

47. Una tableta de chocolate se parte en 8 barritas iguales. El peso de tres de las barritas excede a los $\frac{2}{7}$ del peso de la tableta en 100g. ¿Cuánto pesan 5 barritas de chocolate?

48. Liliana compró un televisor, pagando 1/6 del precio al contado y el resto en veinticinco cuotas iguales sin interés de \$49 cada una.

a) ¿Qué parte del precio del televisor representa cada cuota?

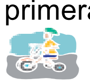
b) ¿Cuánto dinero pagó al contado?

49. * Un grupo de 4 niños y 5 adultos va a sacar entradas para un espectáculo. La entrada de cada niño vale \$***n***. La de cada adulto vale \$3 más que la de cada niño. En el momento de pagar les rebajan 1/6 del total del gasto. Marcá con una X en el ☐ **la única expresión** que te permite calcular el total que pagaron en pesos.

☐ $\frac{5}{6}(4n+5n+3)$ ☐ $\frac{5}{6}[4n+5(n-3)]$

☐ $\frac{1}{6}[4n+5(n+3)]$ ☐ $\frac{5}{6}[4n+5(n+3)]$

50. * Javier recorre con su bicicleta un trayecto que divide en 4 etapas. En la primera etapa recorre $\frac{1}{3}$ del trayecto, en la segunda etapa $\frac{2}{3}$ de lo que recorre en la primera y en la tercera $\frac{5}{8}$ de lo que resta.



a) ¿Qué parte del trayecto recorre en la 3º etapa?

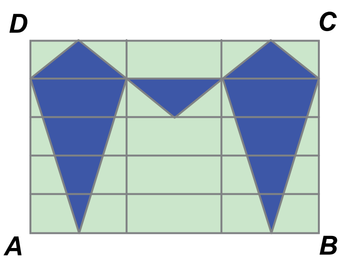
b) ¿Qué parte del trayecto recorre en la 2º y 4º etapas juntas?

51.

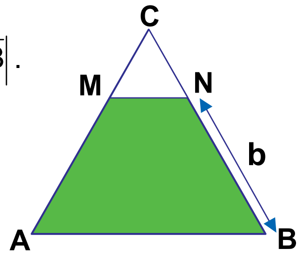
a) ¿Qué fracción representa la zona azul respecto de la zona verde?

b) ¿Qué parte de la zona sombreada de azul representa el rectángulo ***ABCD***?

c) ¿Qué fracción representa la mitad de la zona verde respecto del rectángulo **ABCD**?



52. En la figura los triángulos **ABC** y **MNC** son equiláteros. $|\overline{CN}| = \frac{1}{3}|\overline{CB}|$.

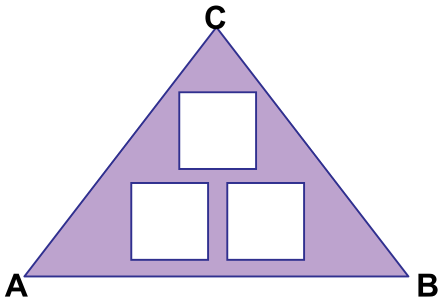


¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones te permiten calcular el perímetro de la zona sombrada?

☐ $3\boldsymbol{b} + \frac{2}{3}\boldsymbol{b}$ ☐ $\boldsymbol{b} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b}$

☐ $\frac{11}{3}\boldsymbol{b}$ ☐ $2\boldsymbol{b} + 2\,\frac{11}{3}\boldsymbol{b}$ ☐ $4\boldsymbol{b}$

53. El triángulo **ABC** es isósceles. $|\overline{AC}| = |\overline{CB}| = m$, $|\overline{AB}| = \frac{3}{2}|\overline{AC}|$. El perímetro del cuadrado es la tercera parte del perímetro del triángulo. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones te permite calcular el perímetro de la figura sombreada?



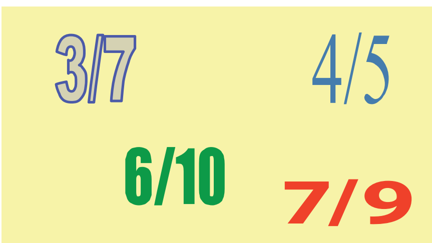
☐ $\frac{21}{6}\boldsymbol{m} - \frac{7}{6}\boldsymbol{m}$ ☐ $\frac{7}{2}\boldsymbol{m} + \frac{7}{2}\boldsymbol{m}$ ☐ $7\boldsymbol{m}$

☐ $2\boldsymbol{m} + \frac{3}{2}\boldsymbol{m} + 3\,\frac{7}{6}\boldsymbol{m}$ ☐ $\frac{7}{2}\boldsymbol{m} + \frac{7}{6}\boldsymbol{m}$

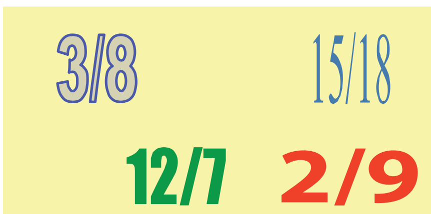
MÁS PROBLEMAS…

54. En cada caso, la fracción **verde** es una intrusa. ¿Por qué?

a)



b)



c)



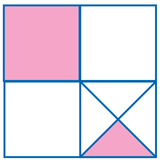
d)



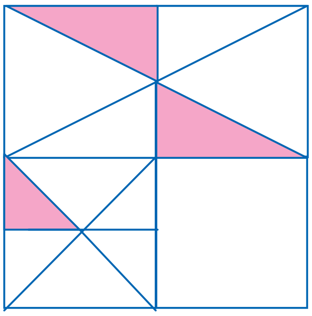
55.

a) En cada caso, ¿qué parte del cuadrado representa la parte sombreada?

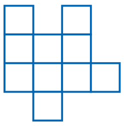
i.



ii.

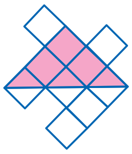


56. Si consideramos la siguiente figura como unidad

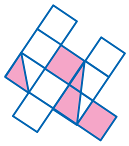


a) ¿Qué parte de la unidad representa la zona sombreada?

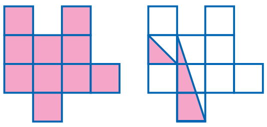
i.



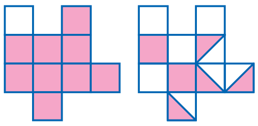
ii.



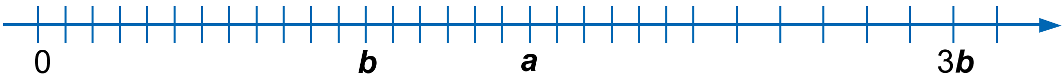
iii.



iv.



57. * Sobre la recta dibujada, representá ***r***, ***s*** y ***t***.
Marcá con una X y escribí la letra correspondiente.

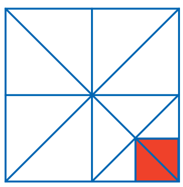


$r = \dfrac{a - b}{6}$ $\qquad$ $s = a + b$ $\qquad$ $t = \left(\dfrac{2a}{3} + \dfrac{b}{3}\right) : 4$

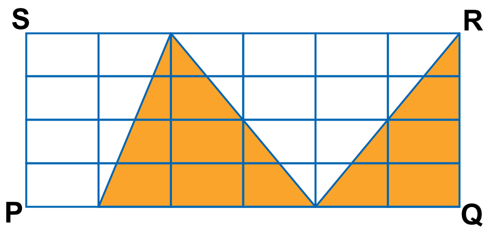
58.

a) ¿Qué parte del área del cuadrado rojo es el área del cuadrado?

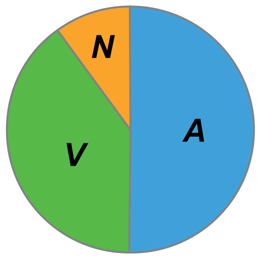
b) ¿Qué parte del perímetro del cuadrado rojo es el perímetro del cuadrado grande?



59. ¿Qué fracción representa los $\frac{3}{5}$ de la parte sombreada del rectángulo **PQRS**?



60. * La medida de la superficie de cada zona sombreada está representada por las letras ***V, N*** y ***A,*** respectivamente. Se sabe que $N = \frac{1}{6} A$.

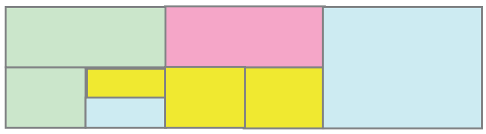


En cada caso, escribí sobre la línea punteada la fracción irreducible correspondiente.

a) $V = \ldots\ldots\ldots A$ **b)** $N = \ldots\ldots\ldots V$

c) $N + A = \ldots\ldots\ldots V$ **d)** $N = \ldots\ldots\ldots (A + V)$

61. La superficie del rectángulo celeste más grande es el doble que la del rosa. Los rectángulos rosa y verde más grande son congruentes. Los amarillos grandes son congruentes, los celestes y amarillo chicos también lo son y la superficie del verde más chico es la mitad del otro verde.



La parte de la figura pintada con cada color está representada por alguna de las expresiones dadas. Uní con una flecha cada expresión con el color correspondiente.

$\dfrac{\frac{5}{6}}{4} =$	$\dfrac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{2}} =$	$\dfrac{2}{\frac{16}{3}} =$	$\dfrac{\frac{1}{3}}{2} =$
rosa	**verde**	**amarillo**	**celest**

62. En una fábrica se hacen arandelas. Se ha comprobado que de cada 100 hay 2 que tienen fallas sólo del tipo **A** y de cada 400 arandelas 3 tienen fallas sólo del tipo **B**.

a) ¿Qué parte del lote tiene fallas sólo del tipo **A**? ¿Y del tipo **B**?

b) De un lote de 2400 arandelas, ¿cuántas arandelas del lote tienen fallas de cada tipo?

63. Se hizo una encuesta entre jóvenes sobre tres programas juveniles que se emiten en la televisión en horario central. "*Juventud Cero*", *"Las aventuras de Marilú"* y "*Los primos*". De cada 30 jóvenes 11 miran de *"Las aventuras de Marilú"*, 10 *Juventud Cero"* y 4 *"Los primos".*

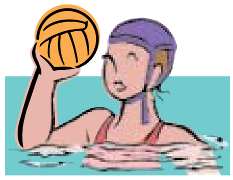
a) ¿Qué parte de los encuestados mira *"Los primos"*?

b) ¿Qué parte de los encuestados no mira ninguno de los tres programas? Si hay 1260 jóvenes entre los que miran *"Las aventuras de Marilú"* y *"Juventud Cero",* cuántos jóvenes fueron encuestados?

64. En un equipo de rugby, de los jugadores que entrenan, 2 de cada 5 jugaron por lo menos 9 partidos, 3 de cada 10 jugaron más de 4 partidos y menos de 9. Si la cantidad de jugadores que entrenan son 20, ¿cuántos jugaron a lo sumo 4 partidos?

65. A una reunión de negocios asistieron argentinos y extranjeros. Del total, 7/40 eran hombres extranjeros y 5/8 eran hombres argentinos. De las personas argentinas 1/6 eran mujeres. Si en total había 16 mujeres,

a) ¿cuántas personas asistieron a la reunión?
b) ¿cuántas personas eran extranjeras?
c) ¿qué parte de las mujeres eran extranjeras?



66. Macarena está participando de un torneo de natación. Debe ganar por lo menos 4/7 de todas las competencias de las que ella participe para clasificar para las finales. De las 9 competencias que ya ha participado, sólo ganó la tercera parte. Si aún le falta competir en 5 eventos, ¿tiene alguna posibilidad de clasificar? ¿Por qué?

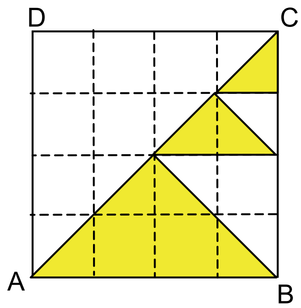
67. Elsa ubica sobre la recta numérica, entre las fracciones 4/9 y 1/3 otra fracción, a la que llama ***a***. La distancia entre ***a*** y la menor de las fracciones es el doble de la distancia entre la ***a*** y la mayor.

a) ¿Cuál es el valor de ***a***?
b) Si 4/9 representa al punto medio entre 1/3 y otra fracción ***b***, ¿cuánto vale ***b***?

68. *

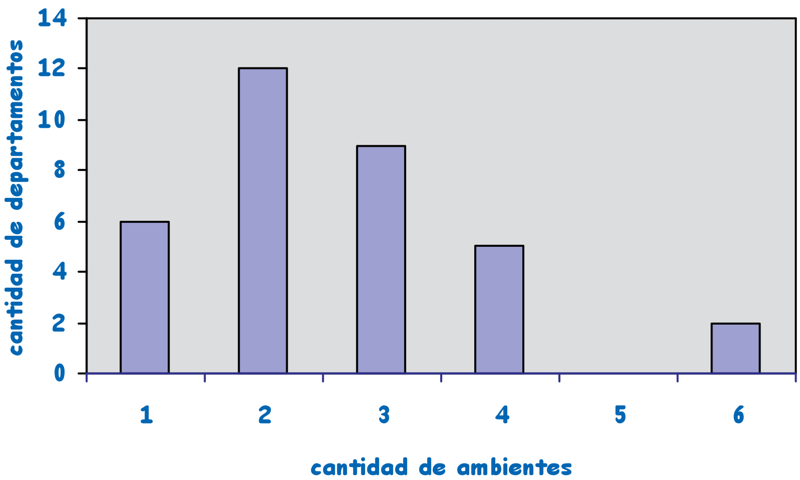
a) ¿Qué parte del cuadrado ABCD representan los cuatro tercios de la zona amarilla?

b) ¿Qué fracción representa la zona amarilla respecto de la zona blanca?



69. De los anuncios de una página de clasificados se obtuvo la información de cuántos departamentos de 1, 2, 3, 4, 5 ó 6 ambientes se publicaron un día determinado.

El gráfico muestra el resultado obtenido.



a)

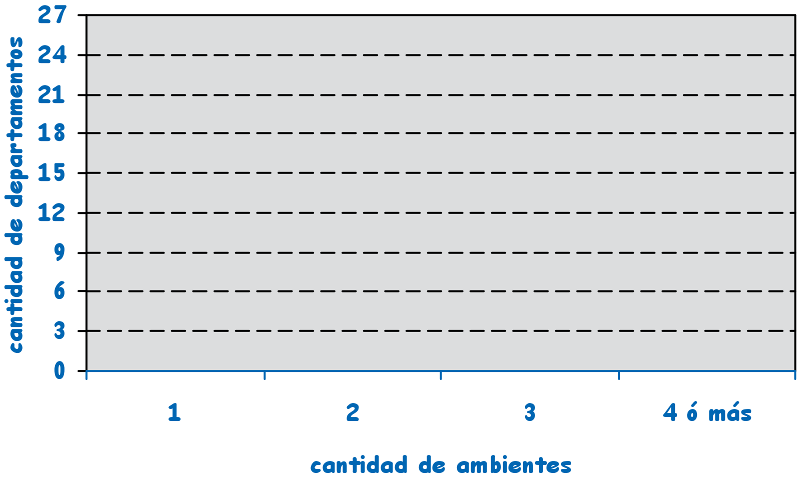
De acuerdo con el gráfico:

i. ¿Qué parte de los departamentos publicados es de 3 ambientes?
ii. ¿Qué parte de los departamentos publicados tiene **como mínimo** 3 ambientes?
iii. ¿Qué parte de los departamentos tiene **a lo sumo** 2 ambientes?
iv. Si de los departamentos de 2 ó 3 ambientes 2/3 de ellos son al frente, ¿cuántos de estos departamentos no dan al frente?

b) En otro diario, 2 de cada 6 anuncios son de departamentos de 2 ambientes, 1 de cada 4 es de 3 ambientes. Del resto de los anuncios, los 3/10 son de 1 ambiente y los que quedan son de 4 ó más ambientes.

i. ¿Qué parte de los anuncios es de departamentos de 1 ambiente?

ii. El total de anuncios es 72. Confeccioná un grafico de barras con la información dada.



70. * En cada caso, marcá con una **X** la única opción correcta.

a) Cuatro cajas de 10 kg de café cada una, se envasan en paquetes de $\frac{1}{8}$ kg cada uno, ¿cuántos paquetes se obtienen?

☐ 320 ☐ 80 ☐ 112 ☐ 5 ☐ 20

b) El triple de **m** es **t**, ¿cuál es la mitad de **m**?

☐ 3**t** ☐ 2**t** ☐ **t** ☐ $\frac{t}{2}$ ☐ $\frac{t}{6}$

71. La medida del lado mayor de un tapiz de forma rectangular es ***a*** y la del otro es su mitad, incrementada en 30cm. *Marca con una X la o las expresiones que permiten calcular:*

a) el área del tapiz.

☐ $a \cdot \frac{a}{2} + 30$ ☐ $a\left(\frac{a}{2} + 30\right)$ ☐ $a \cdot \frac{a+30}{2}$ ☐ $\frac{a^2}{2} + 30a$

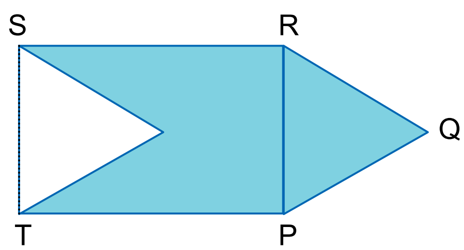
b) el perímetro del tapiz.

☐ $2a + 2\frac{a}{2} + 30$ ☐ $2a + 2\left(\frac{a}{2} + 30\right)$ ☐ $2\left(a + \frac{a}{2} + 30\right)$

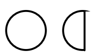
☐ $3a + 60$ ☐ $2\left(a + \frac{a+30}{2}\right)$

c) Si ***a*** = 120cm, calculá el área y el perímetro del tapiz.

72. La figura está formada por un rectángulo de 270cm² de área al que se le quitó un triángulo equilátero congruente al triángulo PQR.
La medida del segmento TP supera a la medida del segmento PR en una quinta parte. Calculá, en centímetros, el perímetro de la figura celeste.



Respuestas del bloque 2

1.	**a)** Verde: $\frac{5}{16}$ Amarilla: $\frac{17}{48}$ **b)i.** $\frac{11}{8}$ **ii.** $1\frac{3}{8}$
2.	**a)** $\frac{4}{9}=\frac{12}{27}=\frac{16}{36}$ **b)** $\frac{49}{21}=\frac{7}{3}=\frac{42}{18}$ **c)** $\frac{50}{15}=\frac{10}{3}=\frac{30}{9}$
3.	**a)** $\frac{6}{8}$ y $\frac{12}{16}$. **b)** $\frac{4}{16}$ y $\frac{8}{32}$.
4.	**a)** $\frac{6}{15}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $\frac{20}{12}$
5.	**a)** Sí se puede: $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$ **b)** Sí se puede: $\frac{4}{12}=\frac{2}{6}$ **c)** Sí se puede: $\frac{18}{12}=\frac{9}{6}$ **d)** No se puede. **e)** No se puede.
6.	**a) i.** Sí **ii.** No **b) i.** Sí **ii.** No **c)** $3\frac{1}{2}=\frac{14}{4}$ y $2\frac{2}{3}=\frac{16}{6}$.
7.	$\frac{12}{36}=\frac{6}{18}=\frac{4}{12}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $\frac{51}{18}=\frac{17}{6}$ $\frac{21}{35}=\frac{3}{5}$
8.	**a)** ☒ $\frac{23}{5}$ ☐ $\frac{15}{24}$ ☒ $\frac{17}{7}$ ☐ $\frac{7}{21}$ **b) i.** $\frac{19}{4}$ **ii.** $\frac{3\,.\,a}{4}$ **iii.** 4 **c)** ☒ $\frac{10}{4}$ y $\frac{25}{10}$ ☒ $\frac{49}{21}$ y $\frac{28}{12}$ ☐ $\frac{8}{24}$ y $\frac{12}{18}$ ☐ $\frac{10}{15}$ y $\frac{21}{14}$
9.	**a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{11}{20}$ **c)** $\frac{13}{10}$
10.	**a)** 1, 2, 3 o 4. **b)** $a \geq 12$ **c)** $a \geq 5$ **d)** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 u 8.
11.	**a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{5}{6}$
12.	En las dos primeras figuras.
13.	
14.	
15.	**a)** Ver al final de la tabla. **b)** Ver al final de la tabla. **c)** Ver al final de la tabla.
16.	**a)** $\mathbf{a}=\frac{1}{2}$, $\mathbf{b}=2$, $\mathbf{c}=\frac{15}{4}$, $\mathbf{d}=5$ y $\mathbf{e}=\frac{29}{4}$. **b)** Ver al final de la tabla.
17.	Ver al final de la tabla.
18.	$\frac{37}{20}$
19.	$\lvert AB\rvert=\frac{1}{5}\lvert AC\rvert$ y $\lvert AC\rvert=\frac{5}{4}\lvert BC\rvert$.

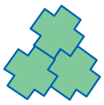
20.	**a)** $a = \frac{7}{3}$ y $b = \frac{17}{6}$. **b)** $a = \frac{3}{8}$ y $b = \frac{25}{32}$.
21.	Sí
22.	**a) i.** $\frac{3}{8}$ **iii.** $\frac{3}{7}$ **b) i.** $1+\frac{1}{3}$ **ii.** $2-\frac{4}{5}$ **iii.** $\frac{25}{17}$ **v.** $\frac{7}{5}+\frac{3}{10}$
23.	**a)** $\frac{2}{13}+\frac{11}{13}=1$ **b)** $\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=1$ **c)** $\frac{3}{11}+\frac{19}{11}=2$ **d)** $\frac{17}{5}-\frac{2}{5}=3$
24.	**a)** $\frac{23}{2}$ **b)** $\frac{29}{3}$ **c)** $\frac{43}{9}$ **d)** $\frac{23}{8}$
25.	**a)** $1+\frac{2}{3}$ **b)** $2+\frac{3}{5}$ **c)** $3+\frac{1}{8}$ **d)** $7+\frac{2}{9}$
26.	**a)** Sí **b)** Sí **c)** Sí **d)** No
27.	**a)** $\frac{1}{20}$ **b)** $\frac{17}{45}$
28.	**a) i.** $\frac{1}{2}$ **ii.** $\frac{2}{3}$ **iii.** $\frac{8}{3}$ **iv.** $\frac{16}{7}$ **b) i.** $\frac{1}{8}$ **ii.** $\frac{1}{6}$ **iii.** $\frac{2}{3}$ **iv.** $\frac{4}{7}$
29.	Ver al final de la tabla.
30.	**a) i.** 1 **ii.** 2 **iii.** 6 **iv.** 0 **v.** 2 **vi.** 1 **b) i.** 2 **ii.** 3 **iii.** 7 **iv.** 1 **v.** 3 **vi.** 2
31.	**a)** $<$ **b)** $<$ **c)** $<$ **d)** $<$
32.	**a)** $<$ **b)** $>$ **c)** $>$ **d)** $=$ **e)** $<$ **f)** $>$
33.	**a)** $\frac{34}{3}$ **b)** $\frac{17}{15}$ **c)** 5 **d)** $\frac{39}{20}$
34.	**a)** $\frac{109}{30}$ **b)** 1 **c)** $\frac{5}{6}$ **d)** $\frac{29}{2}$
35.	No, porque multiplicar por 10 y luego dividir por dos es lo mismo que multiplicar por 5.
36.	**a)** 12 **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{3}{10}$ **d)** $\frac{1}{6}$ **e)** 4 **f)** 25
37.	$\frac{17}{12}$ litros
38.	**a)** $\frac{2}{7}$ **b)** $\frac{5}{24}$ **c)** $\frac{1}{49}$ **d)** $\frac{49}{9}$ **e)** $\frac{54}{5}$ **f)** $\frac{4}{9}$ **g)** $\frac{4}{9}$
39.	Ver al final de la tabla.
40.	La longitud del rollo de Luciana era 2 m, la longitud del de Aldana era $\frac{3}{2}$ m y la del rollo de Cristian era $\frac{5}{4}$ m.
41.	**a)** Hay 36 rosas en el ramo grande y 6 rosas en cada ramo pequeño. **b)** $\frac{1}{15}$
42.	**a)** $\frac{1}{12}$ **b)** $\frac{9}{125}$
43.	**a)** 120 medialunas **b)** 150 medialunas **c)** $\frac{1}{10}$
44.	**a)** $\frac{1}{10}$ **b)** 210 pasajeros
45.	Obtiene $75150 y le quedaron 650 vacas.

46.	$\frac{2}{45}$
47.	700 g
48.	**a)** $\frac{1}{30}$ **b)** \$245
49.	$\frac{5}{6}\left[4\boldsymbol{n}+5(\boldsymbol{n}+3)\right]$
50.	**a)** $\frac{5}{18}$ **b)** $\frac{7}{18}$
51.	**a)** $\frac{11}{19}$ **b)** $\frac{30}{11}$ **c)** $\frac{19}{60}$
52.	$\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}$ y $4\boldsymbol{b}$.
53.	$\frac{7}{2}\boldsymbol{m}+\frac{7}{2}\boldsymbol{m}$ y $7\boldsymbol{m}$.
54.	**a)** Porque no es irreducible. **b)** Porque es mayor que 1. **c)** Porque no es equivalente a las otras tres. **d)** Porque no es equivalente a otra fracción cuyo denominador sea una potencia de 10.
55.	**a)** $\frac{5}{16}$ **b)** $\frac{5}{32}$
56.	**a)** $\frac{9}{20}$ **b)** $\frac{7}{20}$ **c)** $\frac{6}{5}$ **d)** $\frac{13}{10}$
57.	Ver al final de la tabla.
58.	**a)** 16 **b)** 4
59.	1/4
60.	**a)** $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{1}{5}$ **c)** $\frac{7}{5}$ **d)** $\frac{1}{11}$
61.	Ver al final de la tabla.
62.	**a)** Sólo del tipo **A**: $\frac{1}{50}$. Sólo del tipo **B**: $\frac{3}{400}$. **b)** Del tipo **A**: 48. Del tipo **B**: 18.
63.	**a)** $\frac{2}{15}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** 1800
64.	6
65.	**a)** 80 **b)** 20 **c)** $\frac{3}{8}$
66.	Sí, debe ganar los 5 eventos en los que le falta competir.
67.	**a)** $\frac{11}{27}$ **b)** $\frac{5}{9}$
68.	**a)** $\frac{11}{24}$ **b)** $\frac{11}{21}$
69.	**a) i.** $\frac{9}{34}$ **ii.** $\frac{8}{17}$ **iii.** $\frac{9}{17}$ **iv.** 7 **b) i.** $\frac{1}{8}$ **ii.** Ver al final de la tabla.

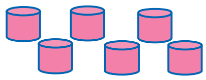
70.	**a)** 320 paquetes **b)** $\frac{t}{6}$
71.	**a)** $a\left(\frac{a}{2}+30\right)$ y $\frac{a^2}{2}+30a$. **b)** $2a+2\left(\frac{a}{2}+30\right)$; $2\left(a+\frac{a}{2}+30\right)$ y $3a+60$. **c)** El área es 10800 cm^2 y el perímetro es 420 cm.
72.	96 cm

15.

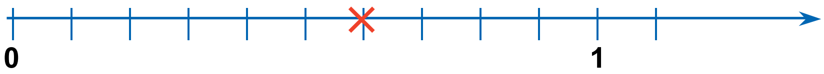
a) i.



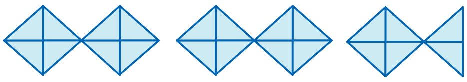
ii.



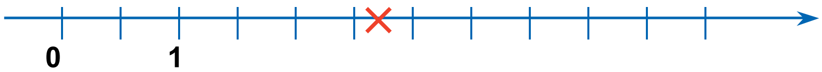
iii.



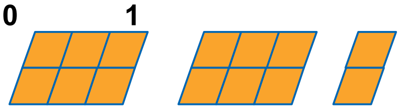
b) i.



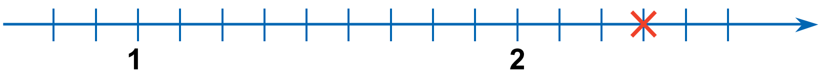
ii.



c) i.



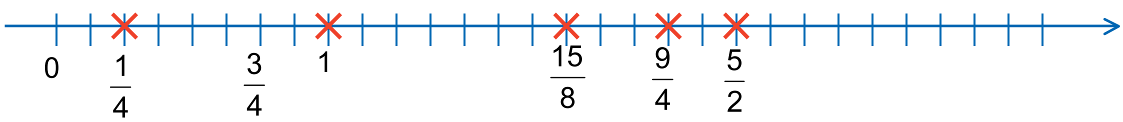
ii.



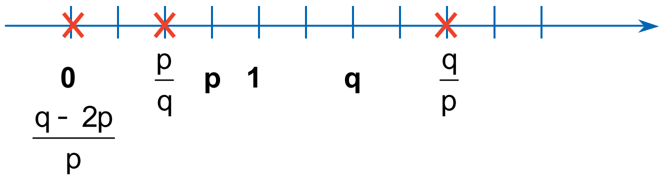
16. b) i.



ii.



17.



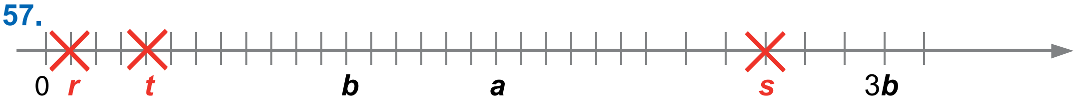
29.

Cantidad de helado (en kg)	3	1	$\frac{1}{2}$	$\mathbf{\frac{5}{2}}$	6	$6\frac{1}{2}$	$\mathbf{\frac{5}{3}}$
Cantidad de helado que le toca a cada invitado (en kg)	$\frac{3}{5}$	$\mathbf{\frac{1}{5}}$	$\mathbf{\frac{1}{10}}$	$\frac{1}{2}$	$\mathbf{\frac{6}{5}}$	$\mathbf{\frac{13}{10}}$	$\frac{1}{3}$

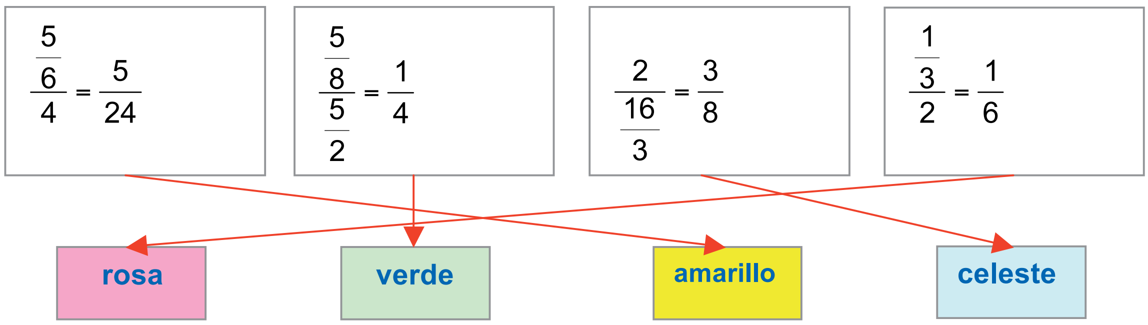
39.

13/5	–	3/5	=	2
+		x		:
54/5	x	1/9	=	6/5
=		=		=
67/5		1/15		5/3

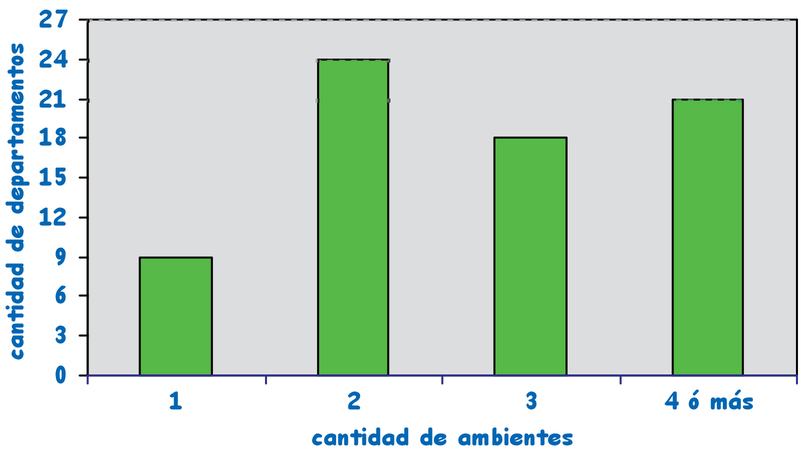
57.



61.

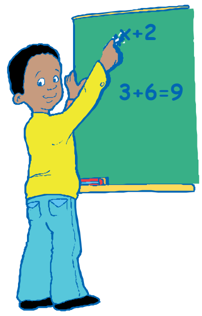


69. b) ii.



Núcleo Temático 2

EXPRESIONES DECIMALES



*Ya trabajamos con los números racionales expresados como fracciones, ahora trabajaremos con su **expresión decimal**.*

▶ Obtengamos la expresión decimal de $\frac{15}{4}$, $\frac{8}{25}$ y $\frac{9}{100}$.

Una forma de hacerlo es efectuando la división del numerador por el denominador de la fracción.

Dividamos en cada caso:

```
15   |4          80   |25         900  |100
30   3,75         50  0,32          0   0,09
  20               0
   0
```

Luego: $\frac{15}{4} = 3{,}75$, $\frac{8}{25} = 0{,}32$ *y* $\frac{9}{100} = 0{,}09$.

*En las tres divisiones el resto es cero. Por lo tanto, en cada uno de estos casos, la **expresión decimal es finita**.*

▶ Obtengamos la expresión decimal de $\frac{13}{9}$, $\frac{29}{11}$, $\frac{35}{6}$ y $\frac{136}{111}$.

```
13  |9          29  |11          35  |6          136  |111
 40  1,44...     70  2,6363...    50  5,833...    250  1,2252...
  40              40               20              280
   4               70               2               580
   :                40              :                250
                     7                                28
                     :                                 :
```

En ninguno de los casos el resto es cero.

*Observemos, por ejemplo, la última división: en el resto, el 25 se repite, entonces se va a repetir toda la secuencia de restos (25, 28, 58) indefinidamente. Por lo tanto, en el cociente las cifras decimales también se van a repetir indefinidamente en forma secuencial (225). Esta secuencia del desarrollo decimal es el **período** y la **expresión decimal es periódica**.*

En el ejemplo, las cuatro expresiones son periódicas y una manera de escribirlas es utilizando un arco para marcar el período: $\frac{13}{9} = 1{,}44... = 1{,}\overset{\frown}{4}$;

$\frac{29}{11} = 2{,}6363... = 2{,}\overset{\frown}{63}$; $\frac{35}{6} = 5{,}833... = 5{,}8\overset{\frown}{3}$ *y* $\frac{136}{111} = 1{,}225225... = 1{,}\overset{\frown}{225}$.

▶ ¿Existen expresiones decimales de un número racional que no sean finitas ni periódicas?

No, pues al dividir el numerador por el denominador en cualquier fracción,

- *si el resto en algún momento es cero, la expresión será* ***finita****.*
- *si nunca se obtiene resto cero, como siempre el resto es menor que el divisor (el denominador), en algún momento se tendrán que repetir los valores del resto, entonces también se repetirán las cifras decimales y la expresión será* ***periódica****.*

> Todo número racional tiene una expresión decimal **finita** o **periódica**.

▶ Si hallamos las expresiones decimales de $\frac{21}{9}$, $\frac{7}{3}$ y $\frac{28}{12}$, en los tres casos, obtenemos $2,\widehat{3}$. ¿Por qué?

Porque las tres fracciones son equivalentes, con lo cual representan el mismo número racional.

> Si dos **fracciones** son **equivalentes**, sus **expresiones decimales** son **iguales**.

▶ Si escribimos las expresiones decimales 0,3; 0,27 y 2,125 como fracciones, obtenemos que:

$0,3 = \frac{3}{10}$; $0,07 = \frac{7}{100}$ y $2,125 = \frac{2125}{1000}$. Observemos que toda expresión decimal finita la podemos expresar como una fracción cuyo denominador es una potencia de 10.

> Si una fracción es equivalente a otra fracción cuyo denominador es una potencia de 10, se llama **fracción decimal**.

> Toda **expresión decimal finita** se puede escribir como una **fracción decimal**.

Como $\frac{2125}{1000} = \frac{17}{8}$, entonces $\frac{17}{8}$ es una fracción ***decimal****, pues es equivalente a otra cuyo denominador es una potencia de 10.*

> Una fracción irreducible es **decimal** si los únicos factores primos que tiene su denominador son 2 o 5.

Para que lo intentes solo...

1. Decidí cuáles de las siguientes fracciones tienen su expresión decimal periódica.
En los casos en que la tengan, indicá su período.

a) $\frac{25}{6}$ **b)** $\frac{39}{6}$ **c)** $\frac{5}{22}$ **d)** $\frac{120}{101}$

2. ¿Cuáles de las siguientes fracciones son decimales?
Marcalas con una X.

☐ $\frac{237}{100}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ $\frac{9}{25}$ ☐ $\frac{5}{35}$ ☐ $\frac{14}{35}$

3. Encontrá dos números racionales entre:

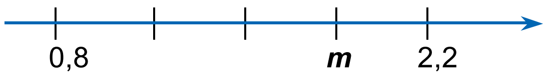
a) 5,6 y 5,7 **b)** $5,6$ y $5,\overset{\frown}{7}$ **c)** $5,\overset{\frown}{6}$ y $5,\overset{\frown}{7}$
d) $5,\overset{\frown}{6}$ y $5,6\overset{\frown}{7}$ **e)** 5,67 y $5,6\overset{\frown}{7}$

4. En cada caso, completá con >, < o =.

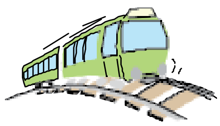
a)
i. 2 ….. 2 . 4,8 **ii.** 2 ….. 2. 0,48 **iii.** $1,4^3$ ….. $1,4^2$ **iv.** $0,5^3$ ….. $0,5^2$

b)
i. $12,\overset{\frown}{3}$ ….. $\frac{37}{3}$ **ii.** $3\frac{1}{6}$ ….. $3,1\overset{\frown}{6}$ **iii.** $\frac{5}{7}$ ….. 0,714285714 **iv.** 5,733 ….. $5,7\overset{\frown}{3}$

5. ¿Qué número representa la letra ***m***?



6. De lunes a viernes y por razones de trabajo, Elsa realiza por día 5 viajes en subte, 8 en colectivo y 2 en tren.
Durante todo el fin de semana sólo toma 2 trenes y 2 subtes.
El boleto de colectivo cuesta $1,25, el de subte, $1,10 y el de tren, $1,80.
Si dispone de $20 diarios de lunes a domingo para viáticos, ¿cuánto dinero le sobra de sus viáticos por semana?



7.

a) A partir de **26 . 58 = 1508**, hallá el resultado de cada uno de estos cálculos:

i. 26 . 5,8 = **ii.** 0,26 . 58 = **iii.** 2,6 . 0,58 = **iv.** 0,026 . 5,8 =

b) Encontrá el resultado de cada uno de los siguientes cálculos utilizando que **943 : 41 = 23**.

i. 9,43 : 41 = **ii.** 943 : 4,1 = **iii.** 9, 43 : 4,1 = **iv.** 0,943 : 0,041 =

8. Completá la siguiente tabla considerando que $\boldsymbol{a} = \frac{3}{2}$ y $\boldsymbol{b} = 0{,}4$.

	Fracción	Expresión decimal	Número mixto
$a^2 - b : 2$			
$5 . (10 . b^2 + a : 4)$			
$(a . b + 1{,}2)^2$			

9. Ángela gastó \$150,65 en comunicaciones telefónicas de larga distancia. Hizo una llamada de 9 minutos a \$3,75 el minuto; luego, otra de 15 minutos que le costó \$37,50. También habló 12 minutos con su hermana, costándole el minuto la mitad que el anterior. El resto lo pagó por una llamada que le costó \$2,80 cada minuto. ¿Cuántos minutos duró esta llamada?



REDONDEO

Laura, profesora de Matemática, está haciendo los promedios del primer trimestre de uno de sus cursos. Los promedios deben ser aproximados a números naturales para obtener la nota trimestral. Todavía le falta el promedio y las notas del trimestre de los chicos que aparecen en la tabla. ¿Qué criterio puede emplear Laura para ser lo más justa posible?

	NOTAS			Promedio	Nota
Facundo	6,5	4	8		
Sofía	8	6,25	9		
Paula	9	10	9,75		
Julián	5	8	7		
Gastón	4	8	6,25		
Valeria	5,25	4	4,25		

*El criterio en el que la aproximación se acerca más al valor real (es decir, en el que se comete menos error) es el criterio de **aproximación por redondeo**.*

> La **aproximación por redondeo**
> consiste en agregar una unidad a la última cifra que se considera,
> si la primera de las cifras suprimidas es mayor o igual que 5;
> en los demás casos, no se modifican las cifras consideradas.

El promedio de las notas de Facundo es $\frac{6{,}5 + 4 + 8}{3} = 6{,}1\widehat{6}$. *La primera cifra suprimida será el 1, que es menor que 5, entonces* $6{,}1\widehat{6} \cong 6$. *Por lo tanto, **la nota de Facundo será 6**.*

El promedio de las notas de Sofía es $\frac{8 + 6{,}25 + 9}{3} = 7{,}75$. *La primera cifra suprimida será el 7, que es mayor que 5, por lo tanto,* $7{,}75 \cong 8$. *Luego, **la nota de Sofía será 8**.*

El promedio de las notas de Paula es $\frac{9+9,75+10}{3}=9,58\widehat{3}$. *La primera cifra suprimida será el 5, que es mayor o igual que 5, entonces* $9,58\widehat{3}\cong 10$. *Por lo tanto,* ***la nota de Paula será 10****.*

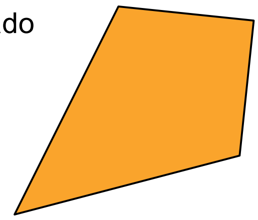
Para que lo intentes solo...

10. Completá la tabla anterior utilizando el mismo criterio que empleó Laura.

11. Decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F).
Marcá con una X en el casillero correspondiente.

Cuenta		V	F
5,67 . 3,5	El resultado aproximado a los décimos es 19,9.		
3,7 : 2,82	El resultado aproximado a los centésimos es 1,31.		
12,56 . 2,3 + 4,567	El resultado aproximado a los centésimos es 33,45.		
5,067 – 2,024 . 1,045	El resultado aproximado a los décimos es igual al resultado aproximado a las unidades.		

12. La medida del lado mayor del romboide excede a la del lado menor en la cuarta parte de 12,56 cm.
El perímetro del romboide es 47,41 cm.
¿Cuánto mide cada uno de los lados del romboide?
Los dos resultados finales aproximalos por redondeo a los centésimos.



13.

a) Hallá el resultado de 3,1523 . 6,37 de las siguientes maneras:
- **i.** considerá los dos factores anteriores, cálculá el producto y redondealo a los décimos.
- **ii.** redondeá cada factor a los décimos, calculá el producto y redondealo a los décimos.

b) ¿Cuál de las dos maneras de aproximar 3,1523 . 6,37 es mejor?

14.

a) La aproximación, por redondeo a los décimos, de un número con dos cifras decimales es 5,5. ¿Cuál puede ser dicho número?

b) ¿Cuál es el número de la forma 7,4***aa***, en el cual la segunda y la tercera cifra decimal son iguales, que redondeado a los centésimos es:
- **i.** 7,43?
- **ii.** 7,47?

UNIDADES DE LONGITUD

Un poco de historia

Fiasco mayúsculo,
o necesidad de saber bien las unidades de medida.

Viernes 24 de septiembre de 1999.
Noticia de la BBC de Londres:
"Los potentes radiotelescopios de la Red de Comunicación y Rastreo de Sondas Interplanetarias de la NASA están llevando a cabo un último registro de las inmediaciones de Marte en un intento desesperado de recuperar la nave".
La nave es el Mars Climate Orbiter, satélite meteorológico que la NASA envió a Marte para estudiar los fenómenos atmosféricos de ese planeta. Luego de un viaje de 10 meses desde la Tierra el satélite debería haberse puesto en órbita a 200 kilómetros de altura sobre la superficie de Marte. Dos días antes de la maniobra los instrumentos de navegación indicaban que la trayectoria de la nave la llevaría más bien a una altura de 150 kilómetros, cifra aun aceptable. Pero el Mars Climate Orbiter pasó a sólo 60 kilómetros de la superficie. A esa altura la fricción con la atmósfera del planeta empezó a sacudir y calentar el aparato. La nave se hizo pedazos y por breves instantes fue una estrella fugaz que surcó el cielo marciano.
¿El error? Un programa de computadora encargado de controlar una de las maniobras de corrección de curso que hizo el satélite antes de llegar a Marte estaba escrito para hacer cálculos con unidades de medida del sistema inglés. La NASA había pedido al fabricante que usara el sistema métrico.
La confusión de unidades de medida le costó a la NASA 125 millones de dólares... además de la vergüenza.

En el pasado, cuando el mundo no estaba tan bien comunicado como hoy, había una multitud de unidades de medida distintas. Cada país y cada región usaba su propio sistema. Había unidades como el codo, el pie, el dedo y el palmo que no valían siempre lo mismo: dependían de quién hiciera la medición.

En el siglo XVIII, en Francia, se publicó un diccionario de unidades locales de peso y medida que abarcaba 200 páginas impresas. La variedad de unidades de medida se prestaba a la confusión, el error y el fraude.

Para salir del laberinto de las unidades hacía falta un sistema unificado de pesos y medidas en el que todos los países estuvieran de acuerdo y que fuera lógico, reproducible y fácil de usar.

¿Cómo idear un sistema de medidas universal?

En 1670 Gabriel Mouton - en la ciudad francesa de Lyon— tuvo la ocurrencia de definir una unidad de longitud basada en las dimensiones de la Tierra y que las unidades fraccionarias no fueran como las de otros sistemas (por ejemplo el inglés que 12 pulgadas hacen un pie y 3 pies hacen una yarda), sino decimales: que fueran divisiones entre 10 unas de otras.

No fue hasta la época de la Revolución Francesa, 120 años después de la propuesta de Mouton, cuando por fin fue posible crear un sistema de medidas más adecuado para la ciencia y el comercio. La Academia de Ciencias de París recomendó, luego de mucho deliberar, que la unidad de distancia del nuevo sistema fuera la diezmillonésima parte de la distancia del polo norte al ecuador (pasando por París). La nueva unidad llevaría el nombre de ***metro****.*

Pero, ¿cuánto era un metro? Para saberlo había que medir la distancia del polo norte al ecuador, o por lo menos un buen tramo de ella. El 19 de junio de 1791 un comité de matemáticos, geógrafos y físicos se reunió con el rey, Luis XVI, quien aprobó formalmente el proyecto..

En junio de 1799 por fin se llevó a cabo la presentación formal del metro ante las autoridades francesas y se adoptó un lema para el nuevo sistema de medidas:

"Para todos los pueblos, para todos los tiempos"

Pese a la adopción oficial del sistema métrico, ni siquiera los franceses lo usaron en seguida. Napoleón tuvo que permitir que se siguiera usando el viejo sistema medieval de medidas y no fue hasta 1840 cuando el sistema métrico decimal se convirtió en el único legal en Francia.

Sergio de Régules Ruiz-Funes

*En la Argentina, el sistema de medidas que usamos rige desde 1972, está basado en el Sistema Métrico Decimal y se llama **Sistema Métrico Legal Argentino** (SIMELA).*

*En el **Sistema Métrico Legal Argentino** la unidad de medida de longitud es el **metro**.*

			Unidad			
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	**Metro**	Decímetro	Centímetro	Milímetro
1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Para que lo intentes solo...

15. Completá:

a) 50 dm + 40 cm = ... m

b) 8 km – .... hm = 250 dam

c) 3,7 dam – 3700 .... = 0

d) 12,50 …….. + 2 dam = 21,25 m

e) 55 m + 55 …….. = 555,5 ……..

16. Ordená de menor a mayor:

95,3 dm 9,54 km 953 m 9540 cm 95,4 dam

17. Una carrera de ciclismo tenía el siguiente recorrido:

1er tramo: 3,24 km **2do tramo:** 2034 m **3er tramo:** 21,06 hm

Para realizar distintos controles, se habían ubicado 3 puestos a lo largo del recorrido. El primero estaba ubicado a los $\frac{2}{5}$ del inicio del recorrido, el segundo, a los $\frac{5}{8}$ de dicho inicio y el último, a $\frac{1}{6}$ de la llegada del recorrido.

a) Si Juan se detuvo en la mitad del recorrido de la carrera, ¿a cuántos metros del primer puesto de control se encontraba?

b) A Fabiana le faltaba recorrer 2500 m de la carreta. ¿Por cuántos puestos de control había pasado?

c) Si Santiago se cayó de la bicicleta 100 dam después de haber pasado el primer puesto de control, ¿en qué tramo se encontraba?

18. De una cuerda de 2,5 m de largo se cortan sucesivamente trozos. Uno de ellos mide 2,7 dm, otro mide el doble del anterior disminuido en 3 cm y tres trozos miden 450 mm cada uno. ¿Cuántos centímetros de la cuerda sobran?

19. Los siguientes dibujos representan trozos de madera y tienen escritos sus respectivas medidas.

3,3 dm   52 cm   105 mm

¿Es posible combinarlos, repitiéndolos si fuera necesario, para formar una varilla de 2,10 m? *Justificá tu respuesta.*

20. De un cuadrado cuyo perímetro es de 16 m se obtiene otro de 1480 cm de perímetro. ¿En cuántos decímetros disminuyó la medida de cada lado del primer cuadrado?

21. El perímetro de un rectángulo es 52 cm y la altura mide 8 cm. Decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F):

a) la medida de la base supera a la de la altura en la cuarta parte de 40 mm.
b) la medida de la altura difiere de la medida de la base en la mitad de 2 dm.
c) si la medida de cada lado del rectángulo disminuye 2 cm, el área del rectángulo disminuye 4 cm^2.
d) el área de un cuadrado del mismo perímetro que el rectángulo es igual al área del rectángulo aumentada en el cuadrado de 50 mm.
e) el lado de un cuadrado de igual área que el rectángulo mide 1,2 dm.

PORCENTAJE

En un puesto de control de tránsito de una ruta, se cuentan los vehículos que pasan cada dos minutos. En los dos primeros minutos pasaron 144 vehículos. De ellos 72 son autos, 18 son camiones, 8 son motos y el resto corresponden a camionetas, micros y bicicletas.

▶ ¿Qué parte de los vehículos que pasaron son autos?

Los autos que pasaron son 72 y el total de vehículos es 144. En consecuencia, la parte de los vehículos que son autos es $\frac{72}{144} = \frac{1}{2}$.

Como $\frac{1}{2} = 0{,}50 = \frac{50}{100}$ *, decimos que la mitad de los vehículos que pasaron son autos, o bien que 1 de cada 2 vehículos es un auto o que 50 de cada 100 vehículos que pasaron son autos. También podemos decir que el* ***50 por ciento*** *de los vehículos que pasaron son autos y escribimos* ***50%****.*

▶ ¿Qué porcentaje de los vehículos que pasaron son camiones?

Para hallar el porcentaje, primero hallamos la fracción que representa la parte de los vehículos que son camiones, la cual es $\frac{18}{144}$.

Luego, $\frac{18}{144} = 0{,}125 = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$ *. Por lo tanto,* ***los camiones son el 12,5% de los vehículos que pasaron****.*

▶ ¿Qué porcentaje de los vehículos que pasaron son motos?

Razonando de manera similar a la anterior, obtenemos que: $\frac{8}{144} = 0{,}0555... = \frac{5{,}55...}{100} \cong \frac{5{,}56}{100} = 5{,}56\%$ *. En consecuencia,* ***las motos representan aproximadamente el 5,56% de los vehículos que pasaron****.*

▶ ¿Qué porcentaje es la cantidad de autos que pasaron respecto de la cantidad de camiones que pasaron?

Como $\frac{72}{18} = 4 = \frac{400}{100} = 400\%$*, entonces* ***la cantidad de autos que pasaron respecto de la cantidad de camiones que pasaron es el 400%****.*

▶ Si de los autos que pasaron el 25% tiene dos puertas, ¿qué cantidad de esos autos tiene dos puertas?

Debido a que 25% de 72 = $\frac{25}{100}$ de $72 = \frac{25}{100} \cdot 72 = 0{,}25 \cdot 72 = 18$*, entonces* ***la cantidad de autos que tienen dos puertas es 18.***

▶ En la librería "HOMO SAPIENS" se vendieron, en febrero, 150 libros de Matemática de 7º grado. En marzo, la venta de esos libros se incrementó un 24% respecto del mes anterior. ¿Cuántos libros de Matemática de 7º grado se vendieron en marzo?

La cantidad de libros de Matemática (M) que se vendieron en marzo podemos hallarla de diferentes maneras.

Por ejemplo, a los 150 libros vendidos en febrero le sumamos el incremento del mes de marzo, o sea:

$$M_{MARZO} = \underbrace{150}_{M_{FEBRERO}} + \underbrace{\frac{24}{100} \cdot 150}_{INCREMENTO} = 150 + 0{,}24 \cdot 150 = 150 + 36 = 186$$

M_{MARZO} = $M_{FEBRERO}$ + INCREMENTO

M_{MARZO}: cantidad de libros vendidos en marzo.
$M_{FEBRERO}$: cantidad de libros vendidos en febrero.

Por lo tanto, ***en marzo se vendieron 186 libros de Matemática****.*

Otra manera de calcular la cantidad de libros pedida es la siguiente:

$$M_{MARZO} = 100\% \text{ de } M_{FEBRERO} + 24\% \text{ de } M_{FEBRERO} = 124\% \text{ de } M_{FEBRERO},$$

es decir que $M_{MARZO} = \frac{124}{100} \cdot 150 = 1{,}24 \cdot 150 = 186.$

Observemos que para aumentar la cantidad de libros en el 24%, consideramos su 124% y, para realizar este cálculo, multiplicamos la cantidad de libros por 1,24.

▶ En la misma librería, en febrero se vendieron 48 novelas policiales, pero en marzo la venta de estas novelas disminuyó un 37,5% respecto del mes anterior. ¿Cuántas novelas policiales se vendieron en marzo?

Podemos hallar la cantidad de novelas policiales que se vendieron en marzo de esta manera:

$$100\% \text{ de } 48 - 37{,}5\% \text{ de } 48 = 62{,}5\% \text{ de } 48 = 0{,}625 \,.\, 48 = 30.$$

Por lo tanto, ***en marzo se vendieron 30 novelas policiales****.*

Observemos que para disminuir la cantidad de novelas en el 37,5%, consideramos su 62,5% y, para realizar este cálculo, multiplicamos la cantidad de novelas por 0,625.

▶ También en la librería "HOMO SAPIENS", se vendieron 32 libros de suspenso en enero, 72 en febrero y 24 en marzo. ¿Cuál fue la variación de las ventas de febrero y de las de marzo respecto de las de enero?

Una forma de resolver el problema es la siguiente:

- $\frac{72}{32} = 2{,}25 = 225\%$. *Por lo tanto, las ventas* ***aumentaron el 125%***

(225% – 100%) ***en febrero*** *respecto de las de enero.*

- $\frac{24}{32} = 0{,}75 = 75\%$. *En consecuencia, las ventas* ***disminuyeron el 25%***

(100% – 75%) ***en marzo*** *respecto de las de enero.*

◈ *Para que lo intentes solo...*

22. El vuelo 810 de una compañía aérea hace el recorrido de Buenos Aires a Roma con escalas intermedias. De los 360 pasajeros que partieron de Buenos Aires, 90 bajaron en Río de Janeiro, 45 se quedaron en Madrid y el resto se repartió entre Islas Canarias, Lisboa, París y Roma.



a) ¿Qué parte de los pasajeros bajó en Río?
b) ¿Qué porcentaje de los pasajeros se quedó en Madrid?
c) De los pasajeros que se quedaron en Madrid, el 20% siguió a Marruecos. ¿Cuántos pasajeros fueron a Marruecos?
d) Considerando los datos anteriores, completá la tabla que figura en la siguiente página. *Los porcentajes aproximalos por redondeo o a los centésimos*.

Destino	Parte	Cantidad de pasajeros	Porcentaje (%)
Río de Janeiro			
Islas Canarias			2,5
Lisboa		48	
Madrid			
París	$\frac{1}{5}$		
Roma			
TOTAL			

23. Contestá a las preguntas considerando los números naturales del 1 al 100.
a) ¿Qué porcentaje es par?
b) ¿Qué porcentaje es múltiplo de 3?
c) ¿Qué porcentaje es múltiplo de 11?

24. En una ciudad 3 de cada 8 habitantes está asociado al club “Los Halcones” y un quinto de la población es socio del club “Los Novatos”. ¿Qué porcentaje de la población no está asociado a ninguno de los dos clubes?

25. ¿Qué porcentaje es:
a) 2,5 de 0,2?
b) 0,2 de 2,5?
c) 5 de su cuadrado?
d) 0,5 de su cuadrado?

26. Mateo tiene en su cartuchera solamente lápices de colores, crayones y marcadores. Si los crayones son 12 y los 22 lápices de colores constituyen el 55% del total de útiles en su cartuchera, ¿cuántos marcadores tiene?

27. Un tanque de 25 litros está lleno hasta sus tres cuartas partes y otro tanque de 35 litros sólo contiene líquido en el 60 % de su capacidad. ¿Cuál de los dos tanques contiene más líquido? ¿Por qué?

28. Santiago compró una bermuda y una remera. Sobre el precio de lista de la remera, por pagarla al contado le hicieron un descuento del 15%. La bermuda la pagó mediante una tarjeta de crédito con un recargo del 20% sobre el precio de lista.
a) Si por la bermuda pagó $112,80, ¿cuál era el precio de lista?
b) Por la remera pagó $61,20. ¿Cuál era el precio de lista de la remera?

29. A Mariana le otorgaron un crédito de $3500, pero por gastos administrativos le descontaron el 1,5%. ¿Cuánto dinero recibió?

30. El precio de un aire acondicionado es $1400 sin el IVA (Impuesto al Valor Agregado). ¿Cuál es el precio que se debe abonar incluyendo el 21% del IVA?

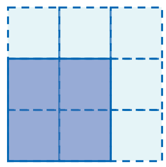
31. Ruth nació en noviembre. Al cabo del primer mes de nacida había adelgazado el 12%, pesando 3,168 kg.

a) ¿Cuál era el peso de Ruth al nacer?

b) Si actualmente Ruth pesa 4,800 kg, ¿en qué porcentaje aumentó su peso respecto de su peso al nacer?
El resultado final aproximalo por redondeo a los centésimos.

32. En una tienda están de rebajas. Una pollera de $95 ahora cuesta $66,7. ¿En qué porcentaje disminuyó el precio de la pollera?
El resultado final aproximalo por redondeo a los centésimos.

33. A un cuadrado se lo modifica así:



a) se le aumenta el 50% cada lado.
Marcá con una X el porcentaje de aumento de lo siguiente:

i. la superficie.

☐ 25 % ☐ 50 % ☐ 125 % ☐ 225 %

ii. el perímetro.

☐ 25 % ☐ 50 % ☐ 125 % ☐ 225 %

b) se le disminuye el 50% cada lado.
Calculá en qué porcentaje disminuye lo siguiente:

i. la superficie.

ii. el perímetro.

ECUACIONES

Tres amigos, Marco, Julio y Celeste, participan de un juego que consta de varias etapas en las que van acumulando puntos. Al llegar a la etapa final cada uno debe elegir alguna de las siguientes ventanas. Cada ventana esconde un mensaje.

Triplica el puntaje	**Pierde 15 puntos**	**Su puntaje se reduce a la mitad**	**Gana 30 puntos**
1	***2***	***3***	***4***

► Marco llega a la etapa final y elige solamente la ventana 2.

¿Con qué puntaje habrá comenzado Marco la última etapa si al terminar el juego tiene 90 puntos?

Marco perdió 15 puntos y terminó el juego con 90 puntos, así que comenzó la última etapa con 90 + 15 = 105 puntos.

*Si llamamos **m** a la cantidad de puntos que tiene Marco al comenzar la última etapa, podemos escribir la siguiente expresión que traduce la situación anterior.*

$$m - 15 = 90$$

*Esta expresión es una **ecuación**.*

Una igualdad en la que aparecen uno o más números desconocidos se llama **ecuación**.	La letra ***m*** con la que indicamos el puntaje desconocido se llama **incógnita**.

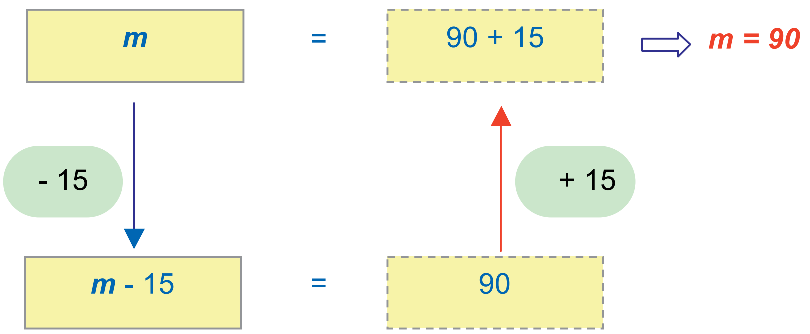
> **Resolver** una **ecuación** significa encontrar el o los valores de las **incógnitas** que hacen verdadera la igualdad.
> Estos valores son la **solución** de la ecuación.
> Una ecuación puede no tener **solución**.

*Queremos encontrar el valor de **m** a partir de la ecuación que escribimos.*

$$m = 90 + 15$$
$$m = 105$$

► Resolvamos la ecuación.

*Observemos que al valor de **m** le restamos 15 puntos para llegar a 90. Para obtener el valor de **m**, a 90 le sumamos 15.*



Operamos en forma inversa.

► Recordemos las operaciones y sus inversas:



Julio llega a la última etapa con j puntos. Elige las ventanas 1 y 4 en ese orden, terminando el juego con 51 puntos.

► ¿Con qué puntaje llega Julio a la etapa final?

Vamos a plantear una ecuación que permita calcular el valor de j.

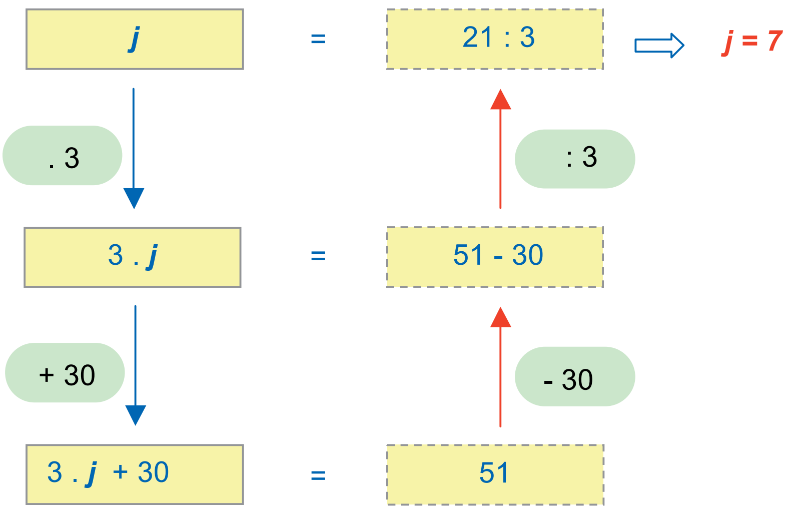
Al elegir primero la ventana 1 Julio triplica su puntaje, o sea, 3 j*. Como además eligió la venta 4, gana 30 puntos, o sea* $3 \,.\, j + 30$*.*

Como termina el juego con 51 puntos, una ecuación que nos permite hallar el valor de j *es:*

$$3 \,.\, j + 30 = 51$$

Vamos a resolver la ecuación.

Para resolver la ecuación, debemos ***"deshacer"*** *las operaciones que aparecen en ella empezando por la última operación que hicimos para llegar a 51.*



◈ ***Para que lo intentes solo...***

34. Celeste tiene c puntos al comenzar la última etapa. Elige las ventanas 3 y 4 en ese orden. Termina el juego con 65 puntos.

a) Planteá una ecuación que permita calcular el valor de c.

b) Resolvé la ecuación planteada y hallá el puntaje con el cual comenzó Celeste la última etapa.

35.

a) El triple de un número, disminuido en 12 es igual a la mitad de 60. ¿Cuál es el número?

b) El cuadrado de un número, disminuido en 7 es igual al cuadrado de 5, aumentado en 4. ¿Cuál es dicho número?

c) La mitad de un número más el doble de 1 es igual al doble de $\frac{5}{4}$. ¿Cuál es el número?

► Lisa le pregunta a Facundo cuánto años tiene. El le responde: “si al doble de mi edad le sumás el triple de mi edad obtenés 125 años”.

*Podemos plantear una ecuación para resolver el problema. Llamemos **e** a la edad de Facundo, entonces*

$$2.\mathbf{e} + 3.\ \mathbf{e} = 125$$

*La incógnita **e** aparece en los dos términos de la ecuación, podemos sumarlos y obtenemos:*

$$5.\mathbf{e} = 125$$
$$\mathbf{e} = 125 : 5$$
$$\mathbf{e} = 25$$

Facundo tiene 25 años.

► Javier y Santiago compraron chocolates. Ambos tenían la misma cantidad de dinero. Javier compró 6 chocolates y le sobraron 4 pesos. Santiago compró 2 y le sobraron 8 pesos. ¿Cuánto cuesta cada chocolate?

*Si llamamos **p** al precio de cada chocolate podemos traducir el problema mediante una ecuación.*

$$6.\mathbf{p} + 4 = 2.\mathbf{p} + 8$$

Para resolver la ecuación debemos agrupar en un miembro de la igualdad los términos con incógnitas, deshaciendo las operaciones.

$$6.\mathbf{p} + 3 - 2.\mathbf{p} = 8$$
$$6.\mathbf{p} - 2.\mathbf{p} = 8 - 4$$
$$4\mathbf{p} = 4$$
$$\mathbf{p} = 1$$

◈ ***Para que lo intentes solo...***

36. Resolvé las siguientes ecuaciones:

a) $9\boldsymbol{x} + 28 = 55$
b) $3\boldsymbol{y} + 10\boldsymbol{y} = 26$
c) $22\boldsymbol{p} - 5 = 2\boldsymbol{p} + 75$
d) $\boldsymbol{m} : 4 - 1 = 7$
e) $10\boldsymbol{y} - 7 = 4\boldsymbol{y} + 2$
f) $3\boldsymbol{x} - \frac{2}{5} = \boldsymbol{x}$
g) $2\boldsymbol{a}^2 = 50$
h) $\boldsymbol{z} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$



► Luis tiene que resolver la siguiente ecuación: $7.(x + 2) + 1 = 3x + 20$

Una forma de resolverla es aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma en el primer término: $7.(x + 2)$, entonces l*a ecuación quedaría:*

$$7.x + 7.2 + 1 = 3x + 20$$
$$7x + 14 + 1 = 3x + 20$$
$$7x + 15 = 3x + 20$$
$$7x - 3x = 20 - 15$$
$$4x = 5$$
$$x = \frac{5}{4}$$

►Luis quiere verificar que efectivamente encontró la solución de la ecuación.

Para hacerlo debemos reemplazar en la ecuación la incógnita "x" por el valor hallado $\frac{5}{4}$ *y comprobar que se verifica la igualdad.*

$$7.\frac{5}{4} + 15 + 2 = \frac{35}{4} + 17 = \frac{103}{4}$$

$$3.\frac{5}{4} + 20 = \frac{33}{4} + 20 = \frac{103}{4}$$

◈ ***Para que lo intentes solo...***

37. Sin resolver las ecuaciones, uní con una flecha cada ecuación con su solución.

$\frac{2}{3}.(9\boldsymbol{x} + 6) - 4(\boldsymbol{x}+1) = 8$	1
$3(5 + \boldsymbol{x}) = 20 - 2\boldsymbol{x}$	0
$5(\boldsymbol{x} + 1) - \boldsymbol{x} + 2 = 7$	4

38. Resolvé las ecuaciones y verificá las soluciones.

a) $5(\boldsymbol{x} + 3) - 5 = 10$

b) $4(2\boldsymbol{y} - 1) - 3\boldsymbol{y} = 30 : 5 + 5$

c) $\boldsymbol{a} - 6 = (2.3)^2 - 2.3^2 - 2\boldsymbol{a}$

39. Se sabe que la solución de la ecuación $5\boldsymbol{x} + 3\boldsymbol{k} = 36$ es $\boldsymbol{x} = 6$. ¿Cuál es el valor de $\boldsymbol{k}$?

40. Un número ***a*** cumple $5(2\boldsymbol{a} - 3) - 3\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{a} + 15$. ¿Cuál es el valor de $2\boldsymbol{a}^2 + (2\boldsymbol{a})^2$?

►



Marta, Aída y Mabel asisten a un curso de cocina.
En la clase de hoy hicieron galletitas. Mabel hizo dos galletitas más que el doble de las que hizo Aida y Marta cuatro más que Aida. Marta comió una galletita y Mabel tres. Entre las tres tienen 66 galletitas. ¿Qué cantidad de galletitas hizo cada una?

Podemos resolver este problema planteando una ecuación.

Si llamamos $\boldsymbol{x}$ *a la cantidad de galletitas que hizo Aída, entonces la cantidad que hizo Mabel es* $2\boldsymbol{x} + 2$ *y Marta* $\boldsymbol{x} + 4$.

Podemos plantear la siguiente ecuación que traduce el problema:

$$\boldsymbol{x} + 2\boldsymbol{x} + 2 + \boldsymbol{x} + 4 - 4 = 66$$
$$4\boldsymbol{x} + 2 = 66$$
$$4\boldsymbol{x} = 64$$
$$\boldsymbol{x} = 16$$

Por lo tanto, Aída hizo 16 galletitas, Marta 20 y Mabel 34 galletitas

◈ ***Para que lo intentes solo...***

41. Camila, la boxeadora, se entrenó para una pelea durante 4 días. Cada día dedicó al entrenamiento 2 horas más que el día anterior. En total dedicó 32 horas a esta tarea. ¿Cuántas horas se entrenó el tercer día?

42. En una división por 9, el dividendo supera al quíntuplo del resto en 31 y el cociente es el anterior del resto. ¿Cuáles son el dividendo, el cociente y el resto?

43. A Miguel y Diego les regalaron la misma cantidad de dinero. Si Miguel le prestara a Diego $18, Diego quedaría con el doble de dinero que Miguel. ¿Cuánto dinero le regalaron a cada uno?

MÁS PROBLEMAS...

> *Si no se especifica otra cosa, los **resultados finales** aproximalos por redondeo a los centésimos.*

44. Considerá los números 3,545; $3,\widehat{5}$; $3,5\widehat{4}$ y $3,\widehat{54}$.

a) Ordenalos de menor a mayor.
b) Aproximalos por redondeo:
- **i.** a los **centésimos**.
- **ii.** a los **décimos**.
- **iii.** a las **unidades**.

c) Observando las aproximaciones que realizaste, ¿qué conclusión podés obtener con respecto a los errores cometidos?

45.

a) Encontrá un número por el que se puede multiplicar o dividir el número 734,273 para que tenga un 3 en el lugar de los décimos.
b) ¿Cuál o cuáles son los números por los que se puede multiplicar o dividir el número 98,6098 para que tenga un 9 en el lugar de las unidades?

46.

a) ¿Cuántas cifras puede tener, a lo sumo, el período de la expresión decimal de una fracción irreducible de denominador 7? ¿Por qué?
b) ¿Cuántas cifras tiene el período de la expresión decimal de cada una de las fracciones indicadas?

i. $\frac{5}{7}$ **ii.** $\frac{46}{101}$

47. Un colectivo cubre un trayecto de 55 km. Realiza 8 viajes diarios de lunes a sábados y 6 viajes los domingos. Consume 0,75 litros de gasoil por kilómetro, cuyo precio es de $1,30 por litro.

a) ¿Cuánto dinero se gasta en combustible por semana?
b) Marcá con una X la o las expresiones que permiten calcular la cantidad de dinero que se gasta en combustible por semana.

- ☐ 8 . 6 + 6 . 55 . 0,75 . 1,3
- ☐ (8 . 6 + 6) . 55 . 0,75 . 1,3
- ☐ (8 . 6 . 55 + 6 . 55) . 0,75 . 1,3
- ☐ (8 . 6 + 6) : 0,75 . 1,3

48. La siguiente tabla muestra el consumo eléctrico de determinados artefactos durante un cierto tiempo:

Artefactos encendidos	Tiempo de uso	Kilowatts (kW) consumidos
TV	2 horas	0,14
Microondas	media hora	0,32
Equipo de música	4 horas	0,24
Heladera con freezer	6 horas	0,59
Computadora	2 horas	0,60
Video	3 horas	0,30
Dos lámparas de 60 watts	5 horas	0,60
Lavarropas	una hora	0,18

a) En un día, Isabel tuvo encendido el equipo de música durante 3 horas, la computadora durante 5 horas, la heladera durante todo el día y 4 lámparas de 60 watts cada una durante 8 horas. Si ese día Isabel consumió 6,24 kW, ¿cuántas horas tuvo prendido el televisor?

b) Si por cada 3,71 kW consumidos Isabel gasta $1,49 incluyendo los cargos fijos e impuestos, ¿cuánto gastó por el encendido de los artefactos ese día?

49. Cada día que Ana va a la escuela su mamá le da dinero para el viaje y para la merienda. Los días que no llueve Ana vuelve caminando y ahorra $1,10 del viaje. El mes pasado hubo 20 días de clase, de los cuales llovió la cuarta parte. Si cada día de ese mes Ana ahorró $0,50 del dinero para la merienda, ¿cuánto dinero ahorró en total el mes pasado?

50.

a) Encontrá el resultado de los siguientes cálculos utilizando que **4,6 . 6,2 = 28,52**.

i. 46 . 620 = ii. 0,46 . 0,62 = iii. 460 . 0,062 = iv. 0,046 . 62 =

b) A partir de **17,28 : 3,2 = 5,4**, hallá el resultado de cada uno de estos cálculos:

i. 0,1728 : 0,32 = ii. 172,8 : 32 = iii. 1,728 : 320 = iv. 1728 : 0,032 =

51. En un locutorio, la hora de internet cuesta $1,62 y cobran por fracción de 10 minutos. En otro locutorio, cobran $1,50 la hora y se fracciona cada media hora. En un tercer locutorio, cobran $2,10 la hora y se factura por minutos utilizados. ¿Qué locutorio le conviene a Gustavo si necesita comunicarse durante:

a) 12 minutos?
b) 30 minutos?
c) 1 hora 45 minutos?

52. El frutero del barrio compra en el mercado central 120 cajas de frutillas a $5,50 cada una. El primer día de venta, vende los $\frac{5}{8}$ del total de las cajas a $8,25 cada una. Al día siguiente pone el resto de las cajas como oferta del día, vendiendo todas las cajas rápidamente. Si el frutero obtiene una ganancia de $129,75, ¿a cuánto vende cada caja el segundo día de venta?

53. Los alumnos de un curso decidieron donar una estufa a una escuela de frontera. Para recaudar los \$306 que costaba la estufa, cada alumno debía aportar \$8,50. Como el día de la recaudación faltaron algunos chicos, cada uno de los alumnos presentes agregó \$1,70.
¿Cuántos alumnos faltaron el día de la recaudación?

54. Uno de los lados de un rectángulo mide 2,5 y el otro, $c + 3{,}2$.

a) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permite calcular el área del rectángulo?
Marcalas con una X.

- ☐ $2{,}5 \,.\, c + 3{,}2$
- ☐ $2{,}5 \,.\, c + 8$
- ☐ $c + 8$
- ☐ $2{,}5 \,.\, (c + 3{,}2)$

b) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permite hallar el perímetro del rectángulo?
Marcalas con una X.

- ☐ $2 \,.\, (5{,}7 + c)$
- ☐ $2 \,.\, 5{,}7 + c$
- ☐ $5{,}7 + c \,.\, 2$
- ☐ $11{,}4 + 2c$

55.

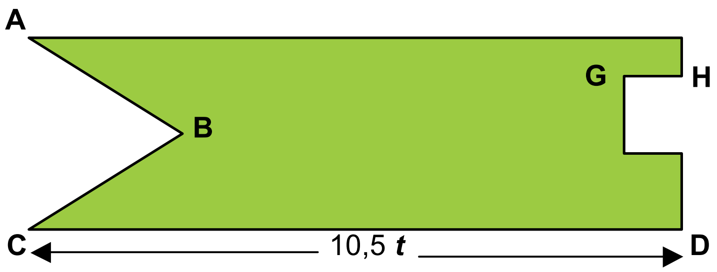
a) Si se aproxima por redondeo el valor de p, se obtiene que $p \cong 3{,}70$. Marcá con una X la expresión que indica **todos** los valores que puede tomar p.

- ☐ $3{,}70 \leq p < 3{,}75$
- ☐ $3{,}695 < p < 3{,}705$
- ☐ $3{,}695 \leq p < 3{,}705$

b) Si al valor de q se lo aproxima por redondeo, resulta que $q \cong 2{,}4$. Completá la expresión para que indique **todos** los valores que puede tomar q.

.... $\leq q <$ ....

56. El triángulo **ABC** es equilátero, $|\overline{AC}|$ es un tercio de $|\overline{CD}|$ y $|\overline{GH}|$ es la décima parte de $|\overline{CD}|$.



a) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permite obtener el perímetro de la figura?
Marcalas con una X.

- ☐ $2 \,.\, 10{,}5\, t + 3 \,.\, 3{,}5\, t + 2{,}1\, t$
- ☐ $31{,}5\, t$
- ☐ $21\, t + 7\, t + 3{,}5\, t$
- ☐ $33{,}6\, t$

b) Si $t = 3{,}4$ cm, ¿cuál es el perímetro de la figura?

57. Considerá que $a = \frac{2}{5}$ y $b = 0{,}74 + a^2$, y encontrá:

a) la fracción irreducible que representa cada una de las siguientes expresiones.

i. $\frac{a + b}{a}$ **ii.** $\sqrt{(b - a)} : 2a^2$ **iii.** $b : a . 2$ **iv.** $b : (a . 2)$

b) la expresión decimal que representa cada una de estas expresiones.

i. $b^2 + \frac{a}{7}$ **ii.** $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ **iii.** $\frac{b^2}{a}$ **iv.** $\frac{b + a}{b}$ **v.** $\sqrt{b + \frac{a}{b}}$

58. ¿Qué número natural es el valor de b para que el valor de n sea el menor número natural posible distinto de 0?

a) $n = 2{,}8\, b$ **b)** $2n = \frac{5{,}1}{3{,}9} b$

59. En una prueba de Historia que constaba de 4 preguntas, la profesora Susana estableció el siguiente puntaje para cada una de ellas:

Pregunta	I	II	III	IV
Puntaje	2,5	3	2,5	2

Las pautas de corrección que tuvo en cuenta Susana son éstas:
- la pregunta mal contestada está indicada con **M** y vale **0** punto,
- la pregunta contestada regular está indicada con **R** y vale la mitad del puntajecorrespondiente,
- la pregunta bien contestada está indicada con **B** y vale todo el puntaje,
- además, si la pregunta tiene un menos (–), se resta un cuarto del valor de **B** o de **R** según corresponda.

a) En las pruebas de Francisco y Camila figuran las siguientes grillas:

Francisco

Pregunta				
I	II	III	IV	Nota
R	B⁻	R	B	

Camila

Pregunta				
I	II	III	IV	Nota
R	B⁻	R	B⁻	

¿Cuáles fueron las notas de Francisco y Camila?

b) En la prueba de Ignacio figura esta grilla:

Pregunta				
I	II	III	IV	Nota
	R⁻	B		5,50

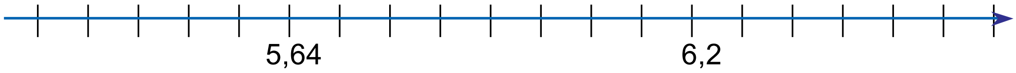
Una de las dos preguntas a la que le falta la indicación, es decir, la I o la IV, está mal contestada. Completá los casilleros vacíos con la indicación correspondiente.

60. Encontrá un número racional r que cumpla lo siguiente:

$$0{,}77 < r - 0{,}5 < \frac{7}{9}$$

61. Representá, en la recta numérica, los números $\boldsymbol{a} = 6{,}48$; $\boldsymbol{b} = 5{,}43$ y $\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}}{2}$.

Marcalos con una X y escribí la letra correspondiente.



62. La expresión que permite calcular el perímetro de un rectángulo es $6\boldsymbol{d} + 8$ y la medida de uno de sus lados es $0{,}5\boldsymbol{d}$.

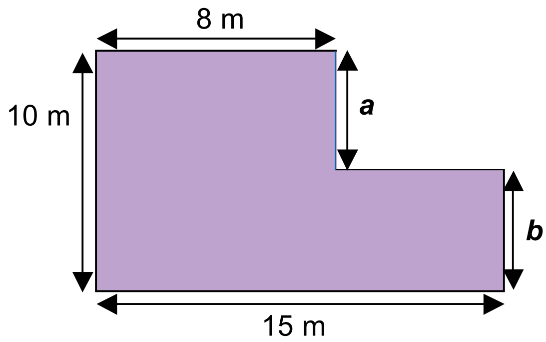
a) Marcá con una X las expresiones que permiten calcular la medida del otro lado del rectángulo.

☐ $6\boldsymbol{d} + 8 - 0{,}5\boldsymbol{d}$ ☐ $(6\boldsymbol{d} + 8 - \boldsymbol{d}) : 2$

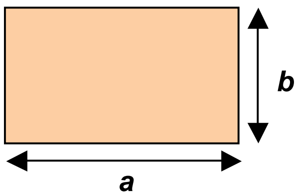
☐ $\frac{5}{2}\boldsymbol{d} + 4$ ☐ $3\boldsymbol{d} + 4 - \frac{\boldsymbol{d}}{2}$

b) Si el lado menor del rectángulo mide 2,7 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?

63. El siguiente dibujo es el plano de un terreno en el cual los ángulos en las esquinas son rectos. Si el área total del terreno es 116,4 m^2, ¿cuánto valen ***a*** y ***b***?

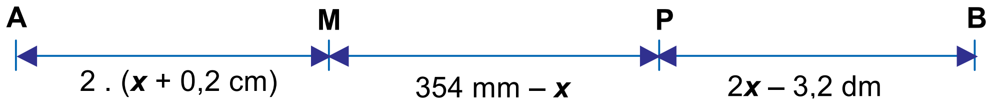


64. De acuerdo con los datos, completá la tabla.



a	***b***	**Perímetro del rectángulo**
50 cm	10 cm	.... dm
0,5 hm	.... m	14 dam
.... m	0,3 m	18 dm

65. El $\overline{AB}$ está dividido en tres segmentos como muestra este dibujo:



a) ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la longitud de $\overline{AB}$?

☐ $5\boldsymbol{x}$ + 3,8 cm ☐ $3\boldsymbol{x}$ + 351,2 cm

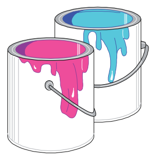
☐ $3\boldsymbol{x}$ + 3,8 cm ☐ $\boldsymbol{x}$ + 38 cm

b) Si la medida de $\overline{AB}$ es 761 mm, ¿cuál de los tres segmentos en que se dividió $\overline{AB}$ tiene mayor medida?

66. Alejandra tiene un álbum de figuritas. La semana pasada llenó la cuarta parte del álbum y esta semana el 20% de lo que le quedaba.

a) ¿Qué porcentaje de las figuritas le falta para completar el álbum?
b) ¿De cuántas figuritas es el álbum si todavía le faltan 66 figuritas para completarlo?

67. Néstor realizó un mural para una exposición. Pintó el 20% del mural de rojo, las $\frac{3}{4}$ partes del resto de azul y de lo que quedaba aún sin pintar el 50% lo pintó de blanco.

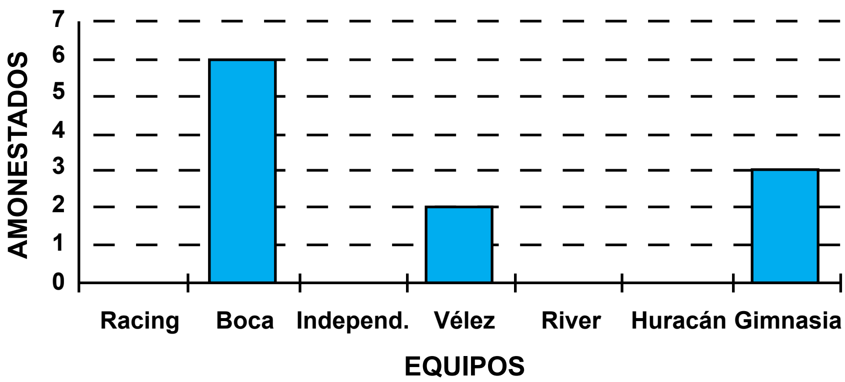


a) ¿Qué porcentaje del mural dejó sin pintar?
b) Si el 40% del mural mide 48 m^2, ¿cuántos metros cuadrados del mural pintó de azul?

68. En una revista el 25% de las hojas se destina a publicidad. Los $\frac{2}{15}$ de las restantes son para artículos científicos. El 35% del total de las hojas de la revista se destina a artículos de interés general. Lo que sobra se reparte en partes iguales para deportes y espectáculos.

a) ¿Qué porcentaje de las hojas de la revista se destina a cada sección?
b) Si las hojas de espectáculos son 9, ¿cuántas hojas tiene la revista?

69. En un artículo de fútbol correspondiente a la cuarta fecha del Torneo Apertura, aparecieron incompletos el gráfico de barras y la tabla siguientes. Completalos.



Equipos	Cantidad de amonestados	Porcentaje de amonestados
Racing	3	
Boca		
Independiente		
Vélez		
River		25
Huracán	0	
Gimnasia y Esgrima		
TOTAL	24	

70. En una boleta de gas de una casa, figura lo siguiente:

CONCEPTOS	IMPORTE
Cargo fijo	7,74
Consumo	....
Subtotal	....
IIBB Transporte	0,17
Impuesto ley 25.413	0,53
IIBB Distribución	0,63
Subtotal + impuestos	....
IVA GENERAL 21% de: **Subtotal** + impuestos	....
SUBTOTAL	....
Fdo Art. 84 Ley 25725	0,33
TOTAL FACTURA	....

Completá los lugares de la columna de importes considerando que en esa casa se consumieron 84 m^3 de gas en el último bimestre, que cada metro cúbico de gas consumido se cobra $0,143651 y que la compañía de gas redondea cada cuenta a los centésimos.

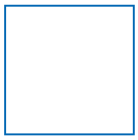
71. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al 12% del 150% de ***n***?
Marcala con una X.

☐ 1,8 ☐ 0,18 ***n*** ☐ 0,18 ☐ 1,8 ***n***

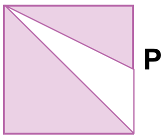
72. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el 25% de la diferencia entre la mitad de un número ***n*** y el 35% de 50?
Marcala con una X.

☐ $0,25 \cdot n : 2 - 0,35 \cdot 50$ ☐ $\frac{25}{100} \cdot n : 2 - \frac{35}{100} \cdot 50$

☐ $\frac{25}{100} \cdot (n - 0,35 \cdot 50) : 2$ ☐ $0,25 \cdot \left(\frac{n}{2} - \frac{35}{100} \cdot 50\right)$

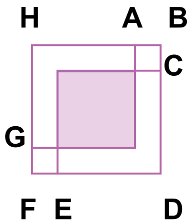
73. En cada caso determiná qué porcentaje del cuadrado  representa la zona sombreada.

a)



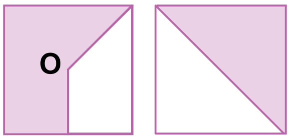
El punto **P** es punto medio del lado del cuadrado.

b)

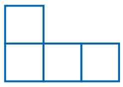


$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{FE}| = |\overline{GF}| = \frac{1}{5}\,|\overline{BD}|$

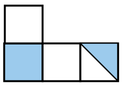
c)



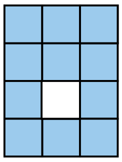
El punto **O** es el centro del cuadrado.

74. * Si se considera como unidad a la figura , ¿qué porcentaje de la unidad representa la zona sombreada en cada caso?

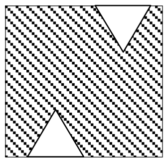
a)



b)



75. En la figura el perímetro de cada triángulo equilátero es 18 cm y el lado del cuadrado mide el 250% del lado de un triángulo. ¿Cuál es perímetro de la zona rayada?



76. Determiná el valor de ***a*** para que $\frac{1}{a}$ represente los siguientes porcentajes:

a) 20% **b)** 25% **c)** 100% **d)** 125%

77. El 10% del peso de la leche es nata y el 24% de la nata se convierte en manteca.
a) ¿Cuántos gramos de manteca se obtienen de 250 g de leche?
b) ¿Cuántos kilos de leche se necesitan para obtener un kilo y medio de manteca? *Recordá que 1 kg = 1000 g.*

78. Un importador compra autos a $39000 cada uno y los vende a una agencia a $58500 cada uno. En la agencia, el precio de venta al cliente de cada auto es $90675.

a) ¿Con qué porcentaje de incremento paga el cliente un auto respecto del precio de compra del importador?

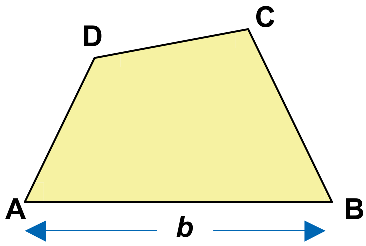
b) ¿Quién obtiene mayor porcentaje de ganancia, el importador o la agencia? *Justificá tu respuesta.*

79.

$|\overline{BC}|$ es el 70% de $|\overline{AB}|$.

$|\overline{AD}|$ es $\frac{2}{5}$ de $|\overline{AB}|$.

$|\overline{DC}|$ es el 90% de $|\overline{AD}|$.



Considerando que la medida de $\overline{AB}$ es ***b***, marcá con una X la o las expresiones que permiten calcular:

a) la medida de $\overline{DC}$.

☐ $\frac{90}{100}\,b + \frac{2}{5}\,b$ ☐ $\frac{90}{100} \cdot \frac{2}{5} \cdot b$

☐ $\frac{9}{25}\,b$ ☐ $0{,}36\,b$

b) el perímetro del cuadrilátero **ABCD**.

☐ $b + \frac{70}{100}\,b + \frac{2}{5}\,b + \frac{9}{25}\,b$ ☐ $\frac{246}{100}\,b$

☐ $\frac{70}{100}\,b + \frac{2}{5}\,b + \frac{9}{25}\,b$ ☐ $b + \frac{70}{100}\,b + \frac{2}{5}\,b + \frac{9}{100}\,b$

80. * Marcá con una X la única opción correcta.

Si $q = 0{,}7\,h + 15\%$ de h, entonces:

☐ ***q*** es el 22% de ***h*** ☐ ***q*** es el 15,7% de ***h***

☐ ***h*** es 0,85 ***q*** ☐ ***q*** es el 85% de ***h***

81. Valeria decidió comprar un lavarropas de $1350 en un negocio donde hacen el 15% de descuento por abonar en efectivo. En el momento de pagar, el vendedor le pregunta si prefiere que primero le recargue el 21% del IVA y después le haga el descuento o que primero le realice el descuento y después le recargue el IVA. ¿Qué le conviene elegir a Valeria?
Justificá tu respuesta.

82. Nora y Raúl quieren adquirir un televisor y una cocina.

a) Para el televisor que desean comprar, encontraron las siguientes ofertas:

OFERTA 1	OFERTA 2
TELEVISOR 21 pulgadas $1120 + IVA 15% de descuento	TELEVISOR 21 pulgadas $1200 (con IVA incluido) Por pago al contado 5% de descuento.

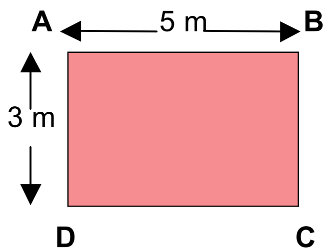
¿Cuál de las ofertas les conviene elegir a Nora y Raúl?

b) Para la cocina que quieren adquirir, encontraron el mismo precio con descuentos diferentes en estas ofertas:

OFERTA 1	OFERTA 2
Descuento del 10% + 8% de descuento por pago al contado.	Descuento del 18% por pago al contado.

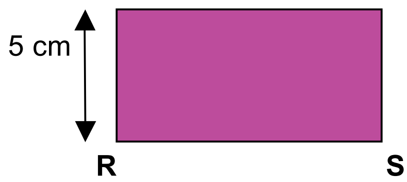
¿Por cuál de las ofertas les conviene optar a Nora y Raúl? *Justificá tu respuesta.*

83. En el siguiente rectángulo **ABCD**, la medida del lado **AB** aumenta 2 m y la del lado **AD** se incrementa el 20%.



a) ¿Qué porcentaje de aumento sufre el área del rectángulo **ABCD**?
b) ¿En qué porcentaje se incrementa el perímetro del rectángulo **ABCD**?

84. Al rectángulo **PQRS** de 50 cm^2 de área se le aumenta el 25% la longitud de la altura.
¿En qué porcentaje varía la longitud de la base del rectángulo si el área es la misma?



85. ¿En qué porcentaje varía el resultado de multiplicar dos números naturales ***a*** y ***b***, si se disminuye ***a*** el 40% y se aumenta ***b*** el 30%?
Marcá con una X la respuesta correcta.

☐ Disminuye el 10%. ☐ Disminuye el 22%.

☐ Aumenta el 78%. ☐ Disminuye el 78%.

86. * Juan tiene una quinta de área ***A*** en la que el 30% está destinado a la vivienda. Miguel tiene otra quinta cuya área es el **45% del doble** del área **no** destinada a vivienda por Juan.

a) Marcá con una X la opción que expresa el área de la quinta de Miguel.

☐ 0,45 . 2 . 0,3. ***A*** ☐ 0,45 . 2 . 0,7 ☐ 0,45 . 2 (***A*** – 0,3) ☐ $\frac{9}{10}$. 0,7 . ***A***

b) La quinta de Miguel tiene 189 m^2. ¿Cuántos metros cuadrados tiene la vivienda de Juan?

87. En una biblioteca las secciones infantil y de novelas tenían la misma cantidad de ejemplares. Al cabo de tres años, la cantidad de ejemplares de la sección infantil aumentó el 60%. En la sección de novelas, la cantidad de ejemplares se incrementó el 20% cada año. Al cabo de los tres años,

a) ¿cuál de las dos secciones tiene más cantidad de ejemplares?

b) ¿cuántos ejemplares hay en la sección de novelas si la sección infantil tiene 19200 ejemplares?

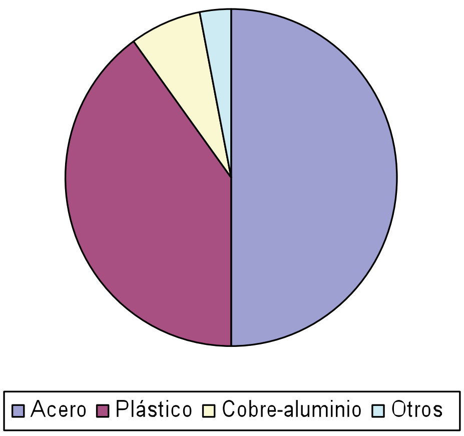
88. * Un grupo de 5 amigos quiere sacar entradas de plateas altas para un partido de fútbol de la Selección Nacional. Como van a último momento sólo consiguen 3 plateas altas y 2 plateas bajas. Cada platea baja cuesta un 60% más que la platea alta.

a) ¿En qué porcentaje aumenta el precio por las 5 entradas?

b) En el momento de ir a pagar, les hacen un descuento del 10% sobre el total y abonan $279. ¿Cuánto cuesta cada platea alta?

89. La tabla y el gráfico circular muestran el porcentaje en que se utilizan los distintos materiales para la fabricación de heladeras.

a) Completá los datos que faltan en la tabla.



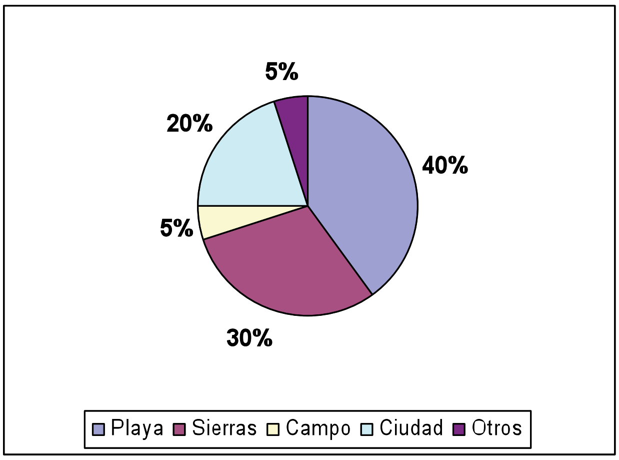
Material	Porcentaje
Acero	
	40%
Cobre y aluminio	7%
Otros	

b) Realizá un gráfico de barras que muestre la misma información.

c) ¿Es cierto que las dos quintas partes de una heladera están hechas de plástico?

d) ¿Qué parte de una heladera no es de cobre ni de aluminio?

90. El siguiente gráfico muestra los resultados de una encuesta sobre el lugar preferido para ir de vacaciones.

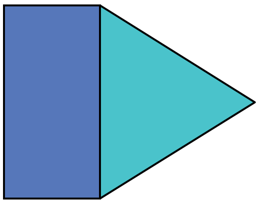


Si se encuestaron en total 200 personas:

a) ¿Cuantas personas prefieren veranear en el campo?
b) ¿Cuántas personas prefieren la playa o el campo?
c) ¿Qué parte del total de encuestados no les gustan las sierras para veranear?

91. El perímetro de un rectángulo es 20,4 cm y la base es 1, 2 cm mayor que la altura. ¿Cuál es la longitud de la base?

92. La figura está formada por un triángulo equilátero y un rectángulo. La base del rectángulo supera en 6,2 cm a su altura. El perímetro del triángulo es igual al del rectángulo.



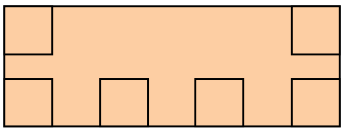
a) ¿Cuál es la medida de la altura del rectángulo?

b) Calculá el perímetro de la figura.

93. Josefina está preparando jugo en dos jarras. Sabe que la capacidad de una es el doble de la otra. Llenó ambas jarras de jugo. De cada jarra sacó un vaso de jugo de 0,80 l, quedando en la primera el triple de jugo que en la segunda. ¿Cuántos litros tiene cada jarra?

94. Un cuadrado mide 600 mm de perímetro. Se desea obtener un rectángulo cortando a un lado un valor y al otro el doble del mismo, de manera que el nuevo rectángulo tenga 4,2 dm de perímetro. ¿Cuántos cm hay que cortar a cada lado?

95. En una escuela están preparando un acto de educación física. Para marcar las posiciones de los distintos grupos de alumnos el profesor decide hacer con cinta autoadhesiva un dibujo en el patio. El esquema que deberá dibujar con cinta es el siguiente:



El largo del rectángulo es el triple que el ancho. El lado de los cuadrados es $\frac{1}{7}$ del largo del rectángulo. Si el profesor calculó que necesita 49 m de cinta para señalar el patio. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

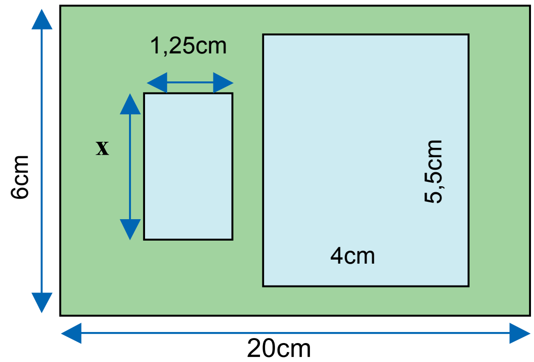
96. A Daniel le pagan las horas trabajadas los fines de semana el 50% más que las horas de trabajo semanal. Esta semana trabajó 40 horas de lunes a viernes y 12 horas el fin de semana. ¿Cuánto recibe por hora los fines de semana si por el total de lo trabajado le pagaron $ 725?

97. Patricia tiene cierta cantidad de dinero. Si le devolvieran los $70 que le deben podría gastar el 80% de su nuevo capital y le sobrarían $54. ¿Cuánto dinero tiene?

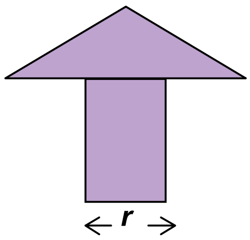
98. Mercedes dispone para sus vacaciones de cierto dinero. Gasta en pagar su estadía el 45% de su dinero. En el pasaje gasta el 30% de lo que gasta en su estadía. Le sobra para comida y otros gastos $622,50. ¿De cuánto dinero dispone Mercedes para sus vacaciones?

99. La bandera de la hinchada de un club tiene 8,6 m de longitud. Está formada por franjas verticales de tres colores: amarillas, rojas y verdes. La cantidad de franjas rojas supera en uno a la cantidad de franjas verdes, y éstas, a su vez, superan en uno a las amarillas. Cada franja roja mide 0,8 m de ancho, la amarilla 1,2 m y la verde 1 m. ¿Cuántas franjas de color tiene la bandera?

100. En la siguiente figura, hallá el valor de x para que el área de la parte verde sea igual al área de la parte celeste.



101. La figura está formada por un triángulo isósceles y un rectángulo. El lado mayor del rectángulo mide un 50% más que el lado menor ***r***. La base del triángulo es el triple de ***r***; cada uno de los lados congruentes supera en 1 cm al doble de ***r***.
Si el perímetro de la figura es 42. ¿Cuánto mide ***r***?



102. *Las longitudes de los lados de un triángulo son: x + 4 cm, x + 1 cm y 2x – 2 cm.

a) Halla los posibles valores de x para que el triángulo sea isósceles.
b) Con el valor de x que hallaste en a) calculá la longitud del lado desigual.

103. * Marcá con una X las dos ecuaciones en las cuáles $\frac{1}{2}$ es solución.

☐ $2+\frac{x}{2}=\left(3x+\frac{1}{4}\right)+1$ ☐ $4=(2m+1)^2$

☐ $2(p+5)+p=\frac{23}{2}$ ☐ $1-\frac{q}{2}=\left(q+\frac{1}{2}\right):2$

104. * María recorrió 7/15 de una ruta y todavía le falta recorrer 1/3 de un kilómetro para llegar a la mitad.

a) Si llamamos **r** a la longitud de la ruta, marcá con una X entre las opciones la única ecuación que te permite hallar la longitud de la ruta.

☐ $\frac{7}{15}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\mathbf{r}$ ☐ $\frac{7}{15}\mathbf{r}+\frac{1}{3}=\frac{\mathbf{r}}{2}$ ☐ $\left(\frac{7}{15}+\frac{1}{3}\right):2=\mathbf{r}$ ☐ $\frac{7}{15}\mathbf{r}+\frac{1}{3}=\mathbf{r}$

b) Cuántos kilómetros recorrió María?

105. En el supermercado "La Abuela" hay frascos de mermelada de frutilla, naranja, durazno y ciruela. El 12,5% de los frascos de mermelada son de durazno, 3/16 son de frutilla, los de naranja representan el 250% de los de durazno y hay cinco frascos más de ciruela que de naranja.

a) ¿Cuántos frascos de mermelada hay en total?

b) ¿Cuántos hay de cada clase?

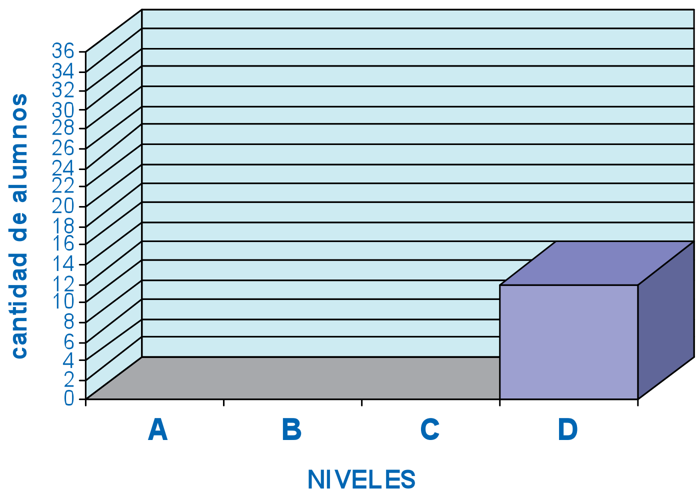
106. Laura tiene una cuerda de 2m de longitud con la que quiere confeccionar collares y pulseras. Quiere hacer tres pulseras y tres collares. La longitud de cada collar supera al doble de la longitud de cada pulsera en 90mm. Si le sobra 1,1dm de la cuerda, ¿Cuánto miden cada collar y cada pulsera?

107. En un curso de arte, en el primer cuatrimestre del año, los alumnos están distribuidos en cuatro niveles, **A**, **B**, **C** y **D**. En el nivel **B** se inscribieron un 20% más que en el **A**, en el **C** un 40% menos que en el **A** y **B** juntos y 12 alumnos en el nivel **D**. El total de alumnos inscriptos es el 400% de los del nivel **A**.

a) Completá la tabla

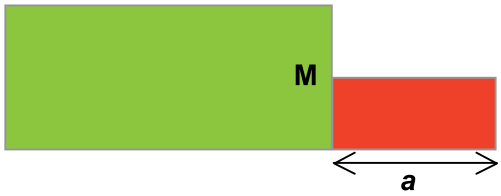
NIVEL	Cantidad de inscriptos
A	
B	
C	
D	
TOTAL	

b) Completá el diagrama de barras.



108. En el balneario “Soleado” hay sombrillas blancas, naranjas y amarillas. La cantidad de sombrillas naranjas es 0,75 de la cantidad de sombrillas blancas y hay 20 sombrillas amarillas más que las naranjas. Si las sombrillas amarillas exceden a las blancas en un 25%, ¿cuántas sombrillas hay en total?

109. La figura está formada por dos rectángulos. **M** es el punto medio del lado del rectángulo verde. En cada rectángulo el lado mayor mide el doble que el menor.



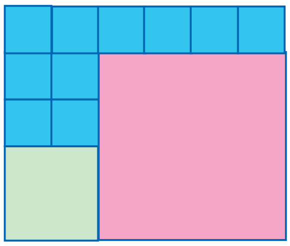
a) Marcá con una X la expresión que representa el área de la figura.

☐ $a \,.\, 2a + 4a \,.\, 2a$ ☐ $a \cdot \frac{a}{2} + 2a \,.\, a$ ☐ $\frac{5a^2}{2}$ ☐ $\frac{5}{2}a^2$ ☐ $10a^2$

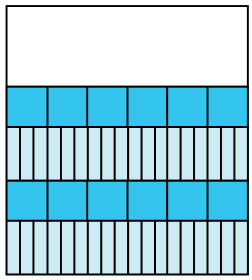
b) ¿Qué porcentaje es el área del rectángulo menor respecto del área de la figura?

c) Si el perímetro de la figura es 25,6 cm, ¿cuál es el 25% del área de la figura?

110. El rectángulo está formado por cuadrados. El área del rectángulo es 7,5 cm^2. ¿Cuántos mm es su perímetro?



111. Para cubrir parte de una pared se utilizan dos tipos de azulejos, uno cuadrado y otro rectangular como muestra el dibujo. El perímetro de cada azulejo cuadrado es 144cm. Si la pared mide 3 m de alto y se cubren los $\frac{2}{5}$ de ella, ¿cuántos centímetros cuadrados es el área de cada azulejo rectangular?



Respuestas del bloque 3

1.	**a)** Es periódica y su período es 6. **b)** No es periódica. **c)** Es periódica y su período es 27. **d)** Es periódica y su período es 1881.
2.	$\frac{237}{100}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{25}$ y $\frac{14}{35}$.
3.	**a)** Por ejemplo: 5,61 y 5,64. **b)** Por ejemplo: 5,666 y 5,72. **c)** Por ejemplo: 5,68 y 5,71. **d)** Por ejemplo: 5,67 y 5,668. **e)** Por ejemplo: 5,6768 y 5,6769.
4.	**a) i.** $<$ **ii.** $>$ **iii.** $>$ **iv.** $<$ **b) i.** = **ii.** = **iii.** $>$ **iv.** $<$
5.	1,85
6.	$38,70
7.	**a) i.** Por ejemplo: 26 . 5,8 = 26 . (58 : 10) = (26 . 58) : 10 = 1508 : 10 = = 150,8 **ii.** Por ejemplo: 0,26 . 58 = (26 : 100) . 58 = (26 . 58) : 100 = = 1508 : 100 = 15,08 **iii.** Por ejemplo: 2,6 . 0,58 = (26 : 10) . (58 : 100) = = (26 . 58) : (10 . 100) = 1508 : 1000 = 1,508 **iv.** Por ejemplo: 0,026 . 5,8 = (26 : 1000) . (58 : 10) = = (26 . 58) : 1000 : 10 = 1508 : 10000 = 0,1508 **b) i.** Por ejemplo: 9,43 : 41 = (943 : 100) : 41 = (943 : 41) : 100 = = 23 : 100 = 0,23 **ii.** Por ejemplo: 943 : 4,1 = 943 : (41 : 10) = (943 : 41) . 10 = = 23 . 10 = 230 **iii.** Por ejemplo: 9, 43 : 4,1 = (943 : 100) : (41 : 10) = = (943 : 41) : 100 . 10 = 23 : 10 = 0,23 . 10 = 2,3 **iv.** Por ejemplo: 0,943 : 0,041 = (943 : 1000) : (41 : 1000) = = (943 : 41) : 1000 . 1000 = 943 : 41 = 23
8.	Ver al final de la tabla.
9.	23 minutos
10.	Ver al final de la tabla.
11.	Ver al final de la tabla.
12.	10,28 cm y 13,42 cm.
13.	**a) i.** 20,1 **ii.** 20,5 **b)** Es mejor la primera manera.
14.	**a)** 5,45; 5,46; 5,47; 5,48; 5,49; 5,5; 5,51; 5,52; 5,53 o 5,54. **b) i.** 7,433 **ii.** 7,466
15.	**a)** 5,4 **b)** 55 **c)** cm **d)** dm **e)** Hay dos posibilidades: 55m + 55**cm**= 555,5**dm** o 55m + 55**hm** = 555,5**dam**
16.	95,3dm $<$ 9540cm $<$ 953 m $<$ 95,4dam $<$ 9,54km
17.	**a)** A 738m **b)** Por dos puestos de control. **c)** En el segundo tramo.
18.	37cm
19.	Sí. Una manera de combinarlos es considerar una vez el trozo de 3,3 dm, 3 veces el de 52cm y 2 veces el de 105mm. Otra manera es considerar 20 veces el trozo de 105mm.
20.	En 3dm
21.	**a)** F **b)** V **c)** F **d)** V **e)** V

22.	**a)** $\frac{1}{4}$ **b)** El 12,5%. **c)** 9 pasajeros **d)** Ver al final de la tabla.
23.	**a)** El 50%. **b)** El 30%. **c)** El 9%.
24.	El 42,5%.
25.	**a)** El 1250%. **b)** El 8%. **c)** El 20%. **d)** El 200%.
26.	6 marcadores
27.	El segundo tanque, porque contiene 21 litros y el primero contiene 18,75 litros.
28.	**a)** $94 **b)** $72
29.	$3447,5
30.	$1694
31.	**a)** 3,600kg **b)** En el 33,33%.
32.	En el 29,79%.
33.	**a) i)** 125% **ii)** 50% **b) i)** En el 75%. **ii)** En el 50%.
34.	**a)** $\frac{1}{2} . c + 30 = 65$ **b)** Con 70 puntos.
35.	**a)** 14 **b)** 6 **c)** 1
36.	**a)** $x = 3$ **b)** $y = 2$ **c)** $p = 4$ **d)** $m = 32$ **e)** $y = \frac{3}{2}$ **f)** $x = \frac{1}{5}$ **g)** $a = 5$ **h)** $z = 0$
37.	Ver al final de la tabla.
38.	**a)** $x = 0$ **b)** $y = 3$ **c)** $a = 8$
39.	$k = 2$
40.	600
41.	9 horas
42.	El dividendo es 71, el cociente es 7 y el resto es 8.
43.	$54
44.	**a)** $3{,}5\overset{\frown}{4} < 3{,}545 < 3{,}\overset{\frown}{54} < 3{,}\overset{\frown}{5}$ **b) i.** $3{,}5\overset{\frown}{4} \cong 3{,}54$ **ii.** $3{,}5\overset{\frown}{4} \cong 3{,}5$ **iii.** $3{,}5\overset{\frown}{4} \cong 4$ $3{,}545 \cong 3{,}55$ $3{,}545 \cong 3{,}5$ $3{,}545 \cong 4$ $3{,}\overset{\frown}{54} \cong 3{,}55$ $3{,}\overset{\frown}{54} \cong 3{,}5$ $3{,}\overset{\frown}{54} \cong 4$ $3{,}\overset{\frown}{5} \cong 3{,}56$ $3{,}\overset{\frown}{5} \cong 3{,}6$ $3{,}\overset{\frown}{5} \cong 4$ **c)** A medida que en las aproximaciones el corte se hace más a la izquierda, se comete más error.
45.	**a)** Si se lo multiplica por 100, se obtiene 73427,3. Si se lo divide por 100, se obtiene 7,34273. **b)** Si se lo multiplica por 1000, se obtiene 98609,8. Si se lo divide por 10, se obtiene 9,86098.
46.	**a)** Seis cifras, porque la cantidad de los posibles restos para que la división no sea exacta es 6: 1, 2, 3, 4, 5 o 6. **b) i.** Seis cifras. **ii.** Cuatro cifras.
47.	**a)** $2895,75 **b)** (8 . 6 + 6) . 55 . 0,75 . 1,3 y (8 . 6 . 55 + 6 . 55) . 0,75 . 1,3
48.	**a)** 4 horas **b)** $2,51
49.	$26,50
50.	**a) i.** Por ejemplo: 46 . 620 = (4,6 . 10) . (6,2 . 100) = = (4,6 . 6,2) . (10 . 100) = 28,52 . 1000 = 28520 **ii.** Por ejemplo: 0,46 . 0,62 = (4,6 : 10) . (6,2 : 10) = = (4,6 . 6,2) : (10 . 10) = 28,52 : 100 = 0,2852

	iii. Por ejemplo: 460 . 0,062 = (4,6 . 100) . (6,2 : 100) = = (4,6 . 6,2) . 100 : 100 = 28,52 **iv.** Por ejemplo: 0,046 . 62 = (4,6 : 100) . (6,2 . 10) = = (4,6 . 6,2) : 100 . 10 = 28,52 : 100 . 10 = 2,852 **b) i.** Por ejemplo: 0,1728 : 0,32 = (17,28 : 100) : (3,2 : 10) = = (17,28 : 3,2) : 100 . 10 = 5,4 : 100 . 10 = 0,54 **ii.** Por ejemplo: 172,8 : 32 = (17,28 . 10) : (3,2 . 10) = = (17,28 : 3,2) . 10 : 10 = 5,4 . 10 : 10 = 5,4 **iii.** Por ejemplo: 1,728 : 320 = (17,28 : 10) : (3,2 . 100) = = (17,28 : 3,2) : (10 . 100) = 5,4 : 1000 = 0,0054 **iv.** Por ejemplo: 1728 : 0,032 = (17,28 . 100) : (3,2 : 100) = = (17,28 : 3,2) . 100 . 100 = 5,4 . 10000 = 54000
51.	**a)** Le conviene el tercer locutorio. **b)** Le conviene el segundo locutorio. **c)** Le conviene el primer locutorio.
52.	A $3,80.
53.	6 alumnos
54.	**a)** $2{,}5 \,.\, \boldsymbol{c} + 8$ y $2{,}5 \,.\, (\boldsymbol{c} + 3{,}2)$. **b)** $2 \,.\, (5{,}7 + \boldsymbol{c})$ y $11{,}4 + 2\boldsymbol{c}$.
55.	**a)** $3{,}695 \leq \boldsymbol{p} < 3{,}705$ **b)** $2{,}35 \leq \boldsymbol{q} < 2{,}45$
56.	**a)** $2 \,.\, 10{,}5\, \boldsymbol{t} + 3 \,.\, 3{,}5\, \boldsymbol{t} + 2{,}1\, \boldsymbol{t}$ y $33{,}6\, \boldsymbol{t}$. **b)** 114,24 cm
57.	**a) i.** $\frac{13}{4}$ **ii.** $\frac{5}{4}$ **iii.** $\frac{9}{2}$ **iv.** $\frac{9}{8}$ **b) i.** 0,87 **ii.** 5,06 **iii.** 2,03 **iv.** 1,44 **v.** 1,16
58.	**a)** 5 **b)** 26
59.	**a)** La nota de Francisco es 6,75 y la de Camila es 6,25. **b)** Ver al final de la tabla.
60.	Por ejemplo: 1,276.
61.	Ver al final de la tabla.
62.	**a)** $(6\boldsymbol{d} + 8 - \boldsymbol{d}) : 2,\ \frac{5}{2}\boldsymbol{d} + 4$ y $3\boldsymbol{d} + 4 - \frac{\boldsymbol{d}}{2}$. **b)** $94{,}5\text{cm}^2$
63.	$\boldsymbol{a} = 4{,}8\text{m}$ y $\boldsymbol{b} = 5{,}2\text{m}$
64.	Ver al final de la tabla.
65.	**a)** $3\boldsymbol{x} + 3{,}8\text{cm}$ **b)** El segmento **AM**.
66.	**a)** El 60%. **b)** De 110 figuritas.
67.	**a)** El 10%. **b)** 72m^2
68.	**a)** El 25% se destina a publicidad, el 10% se destina a artículos científicos, el 35% se destina a artículos de interés general, un 15% se destina a deportes y otro 15% se destina a espectáculos. **b)** 60 hojas
69.	Ver al final de la tabla.
70.	Ver al final de la tabla.
71.	$0{,}18\, \boldsymbol{n}$
72.	$0{,}25 \,.\, (\frac{\boldsymbol{n}}{2} - \frac{35}{100} \cdot 50)$
73.	**a)** El 75%. **b)** El 36%. **c)** El 112,5%.
74.	**a)** El 37,5%. **b)** El 275%.
75.	72cm
76.	**a)** 5 **b)** 4 **c)** 1 **d)** $\frac{4}{5}$
77.	**a)** 6g **b)** 62,5kg
78.	**a)** 132,5%

	b) La agencia, porque su porcentaje de ganancia es 55% y el del importador es 50%.
79.	a) $\frac{90}{100} \cdot \frac{2}{5} \cdot \boldsymbol{b}$, $\frac{9}{25}\ \boldsymbol{b}$ y 0,36 ***b***. b) $\boldsymbol{b} + \frac{70}{100}\ \boldsymbol{b} + \frac{2}{5}\ \boldsymbol{b} + \frac{9}{25}\ \boldsymbol{b}$ y $\frac{246}{100}\ \boldsymbol{b}$.
80.	***q*** es el 85% de ***h***
81.	Ninguna de las dos opciones le conviene más que la otra, pues son equivalentes: 85% del 121% de \$1350 = 0,85 . 1,21 . \$1350 = 1,0285 . \$1350 121% del 85% de \$1350 = 1,21 . 0,85 . \$1350 = 1,0285 . \$1350
82.	a) La oferta **2**. b) Por la oferta **2**, porque deberán pagar el 82% del precio mientras que si optan por la oferta **1**, deberán pagar el 82,8% del precio.
83.	a) El 68%. b) En el 32,5%.
84.	La longitud de la base disminuye el 20%.
85.	Disminuye el 22%.
86.	a) $\frac{9}{10} \cdot 0{,}7 \cdot \boldsymbol{A}$ b) 90 m^2
87.	a) La sección de novelas. b) 20736 ejemplares
88.	a) En el 24%. b) \$50
89.	a) Ver al final de la tabla. b) Ver al final de la tabla. c) Sí. d) $\frac{93}{100}$
90.	a) 10 personas b) 90 personas c) $\frac{7}{10}$
91.	5,7cm
92.	a) 12,4cm b) 49,6cm
93.	La primera jarra tenía 0,32 litros y la segunda tenía 0,64 litros.
94.	A un lado hay que cortarle 3 cm y al otro, 6 cm.
95.	El largo mide 10,5 m y el ancho mide 3,5 m.
96.	\$18,75
97.	\$200
98.	\$1500
99.	Tiene 2 franjas amarillas, 4 franjas rojas y 3 franjas verdes, o sea, 9 franjas de color.
100.	30,4cm
101.	4 cm
102.	a) 3cm o 6cm b) Para ***x*** = 3 cm o ***x*** = 6 cm, el lado desigual mide 7cm
103.	$4 = (2\boldsymbol{m} + 1)^2$ y $2(\boldsymbol{p} + 5) + \boldsymbol{p} = \frac{23}{2}$.
104.	a) $\frac{7}{15}\boldsymbol{r} + \frac{1}{3} = \frac{\boldsymbol{r}}{2}$ b) $\frac{14}{3}$ km
105.	a) 80 frascos b) Hay 10 frascos de mermelada de durazno, 15 de mermelada de frutilla, 25 de mermelada de naranja y 30 de mermelada de ciruela.
106.	Cada collar mide 45cm y cada pulsera, 18cm
107.	a) Ver al final de la tabla. b) Ver al final de la tabla.
108.	120 sombrillas

109.	**a)** $\boldsymbol{a} \cdot \frac{\boldsymbol{a}}{2} + 2\boldsymbol{a} . \boldsymbol{a}$, $\frac{5\boldsymbol{a}^2}{2}$ y $\frac{5}{2}\boldsymbol{a}^2$ **b)** 20% **c)** 6,4cm^2
110.	110mm
111.	568cm^2

8.

	Fracción	**Expresión decimal**	**Número mixto**
$\boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b} : 2$	$\frac{41}{20}$	**2,05**	$\mathbf{2}\frac{1}{20}$
$5 . (10 . \boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{a} : 4)$	$\frac{79}{8}$	**9,875**	$\mathbf{9}\frac{7}{8}$
$(\boldsymbol{a} . \boldsymbol{b} + 1{,}2)^2$	$\frac{81}{25}$	**3,24**	$\mathbf{3}\frac{6}{25}$

10.

	NOTAS			**Promedio**	**Nota**
Facundo	6,5	4	8	**6,16…**	**6**
Sofía	8	6,25	9	**7,75**	**8**
Paula	9	10	9,75	**9,5833…**	**10**
Julián	5	8	7	**6,66…**	**7**
Gastón	4	8	6,25	**6,0833…**	**6**
Valeria	5,25	4	4,25	**4,5**	**5**

11.

Cuenta		**V**	**F**
5,67 . 3,5	El resultado aproximado a los décimos es 19,9.		**X**
3,7 : 2,82	El resultado aproximado a los centésimos es 1,31.	**X**	
12,56 . 2,3 + 4,567	El resultado aproximado a los centésimos es 33,45.		**X**
5,067 – 2,024 . 1,045	El resultado aproximado a los décimos es igual al resultado aproximado a las unidades.	**X**	

22. d)

Destino	Parte	Cantidad de pasajeros	Porcentaje (%)
Río de Janeiro	$\frac{1}{4}$	90	25
Islas Canarias	$\frac{1}{40}$	9	2,5
Lisboa	$\frac{2}{15}$	48	13,33
Madrid	$\frac{1}{8}$	45	12,5
París	$\frac{1}{5}$	72	20
Roma	$\frac{4}{15}$	96	26,67
TOTAL	1	360	100

37.

$\frac{2}{3}(9\boldsymbol{x} + 6) - 4(\boldsymbol{x} + 1) = 8$ → 4

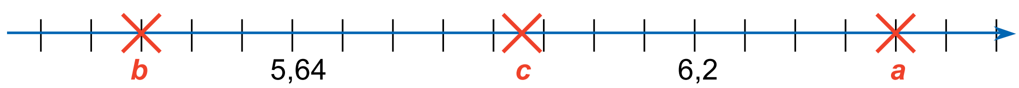
$3(5 + \boldsymbol{x}) = 20 - 2\boldsymbol{x}$ → 1

$5(\boldsymbol{x} + 1) - \boldsymbol{x} + 2 = 7$ → 0

59. b)

Pregunta				
I	II	III	IV	Nota
B^-	R^-	B	M	5,50

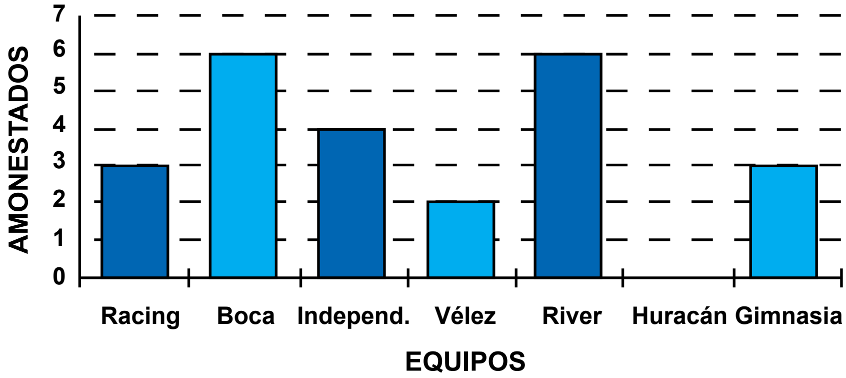
61.



64.

a	*b*	Perímetro del rectángulo
50 cm	10 cm	12 dm
0,5 hm	20 m	14 dam
0,6 m	0,3 m	18 dm

69.



Equipos	Cantidad de amonestados	Porcentaje de amonestados
Racing	3	12,5
Boca	6	25
Independiente	4	16,67
Vélez	2	8,33
River	6	25
Huracán	0	0
Gimnasia y Esgrima	3	12,5
TOTAL	24	100

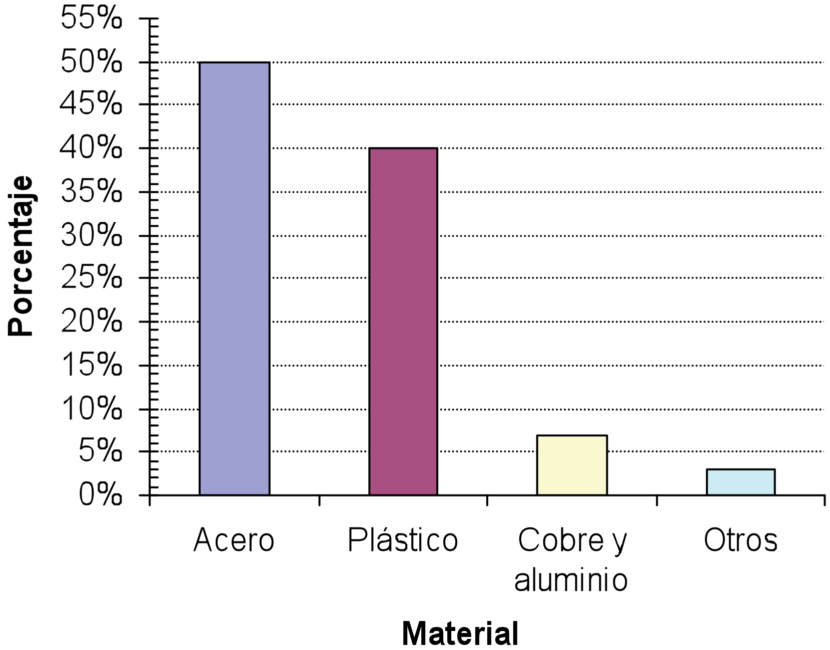
70.

CONCEPTOS	IMPORTE
Cargo fijo	7,74
Consumo	12,07
Subtotal	19,81
IIBB Transporte	0,17
Impuesto ley 25.413	0,53
IIBB Distribución	0,63
Subtotal + impuestos	21,14
IVA GENERAL 21% de: **Subtotal** + impuestos	4,44
SUBTOTAL	25,58
Fdo Art. 84 Ley 25725	0,33
TOTAL FACTURA	25,91

89. a)

Material	Porcentaje
Acero	50%
Plástico	40%
Cobre y aluminio	7%
Otros	3%

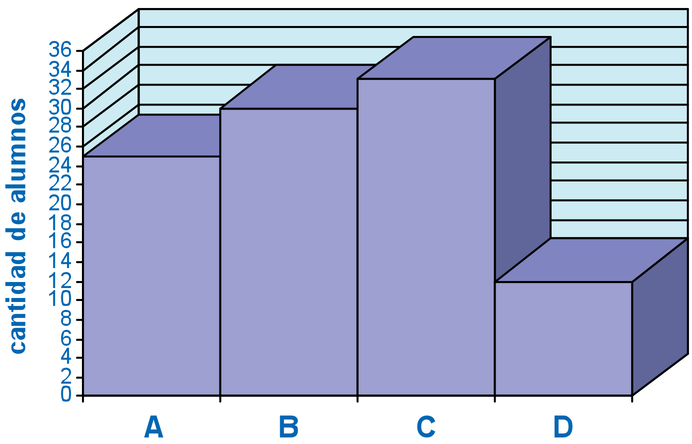
b)



107. a)

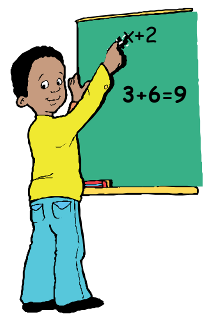
NIVEL	Cantidad de inscriptos
A	25
B	30
C	33
D	12
TOTAL	100

b)

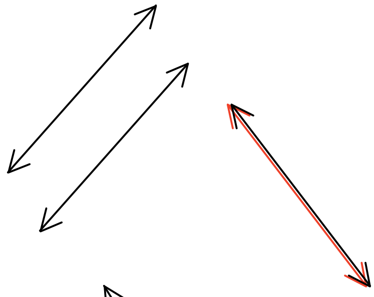


Núcleo Temático 2

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES
CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS

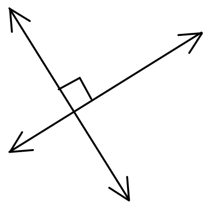


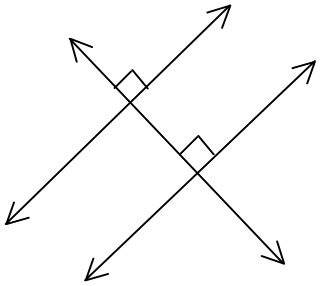
En un plano, las rectas que son coincidentes o que no tienen ningún punto en común se llaman **paralelas**.



En un plano, las rectas que al cortarse forman cuatro ángulos de igual medida se llaman **perpendiculares**.

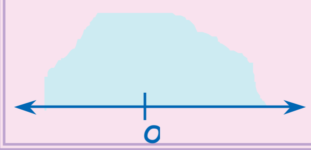
Cada uno de esos ángulos se llama ángulo recto y mide 90°



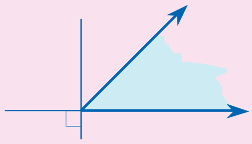


En un plano, dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas.

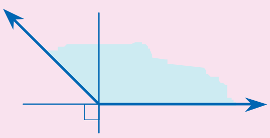
Se llama **ángulo llano** al ángulo determinado por dos semirrectas opuestas.



Se llama **ángulo agudo** a todo ángulo menor que un recto.



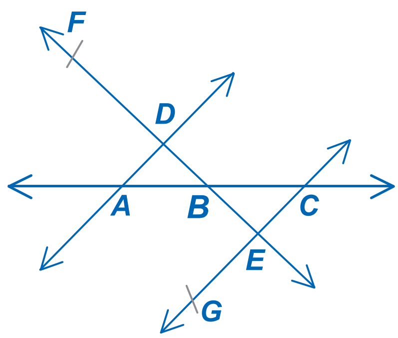
Se llama **ángulo obtuso** a todo ángulo mayor que un recto y menor que un llano.



Con $|\hat{ADF}|$ representamos la medida del ángulo $\hat{ADF}$.

En la figura $|\hat{ADF}| = |\hat{ADB}| = |\hat{BEC}| = |\hat{BEG}| = 90^o$:

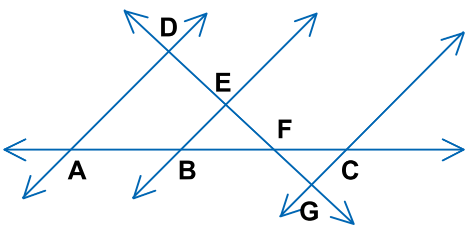
- *las rectas **GC** y **EF** son perpendiculares, pues el ángulo **ADF** es recto.*
- *las rectas **AD y GC** son paralelas.*
- *el ángulo* $\hat{ABD}$ *es agudo.*
- *el ángulo* $\hat{ABE}$ *es obtuso.*
- *el ángulo* $\hat{FDE}$ *es llano.*



◈ *Para que lo intentes solo...*

1. En la figura

$\left|G\hat{E}B\right| = \left|B\hat{E}D\right| = \left|E\hat{G}C\right| = \left|A\hat{D}E\right| = 90^{o}$

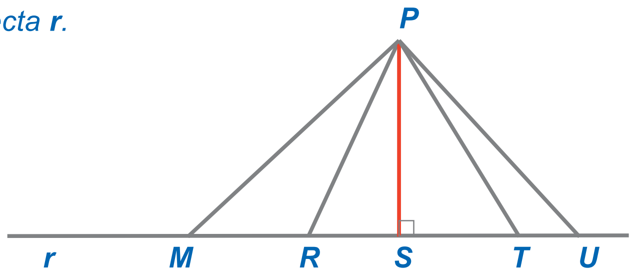


Nombrá:

a) dos rectas paralelas.
b) dos rectas perpendiculares.
c) un ángulo recto.
d) un ángulo agudo.
e) un ángulo obtuso.
f) un ángulo llano.

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Los segmentos $\overline{PM}, \overline{PR}, \overline{PS}, \overline{PT}$ *y* $\overline{PU}$ *tienen un extremo en **P** y el otro extremo sobre la recta **r**.*

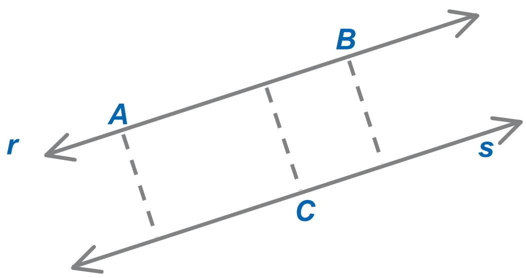


Observamos que de todos los segmentos anteriores el segmento $\overline{PS}$ *, que es perpendicular a la recta, es el de menor longitud.*

La longitud del segmento $\overline{PS}$ es la **distancia** del punto *P* a la recta ***r***.

DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS PARALELAS

*Consideremos dos rectas paralelas **r** y **s**:*



*Si elegimos dos puntos cualesquiera sobre **r**, por ejemplo los puntos **A** y **B**, la distancia de estos puntos a la recta **s** es la misma.*

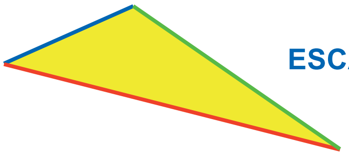
*Si ahora elegimos un punto sobre la recta **s**, por ejemplo el **C**, la distancia de **C** a la recta **r** es la misma que la de **A** o **B** a la recta **s**.*

*Esta medida es la **distancia entre las rectas.***

La **distancia** entre dos **rectas paralelas** es la distancia de un punto cualquiera de una de ellas a la otra recta.

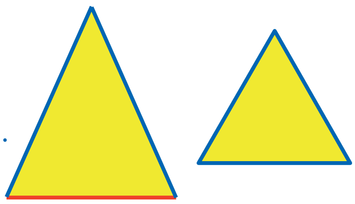
CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

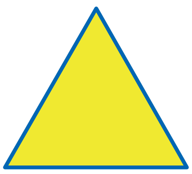
Dos figuras son **congruentes** si al superponerlas coinciden.



ESCALENO: tiene sus tres lados **no** congruentes.

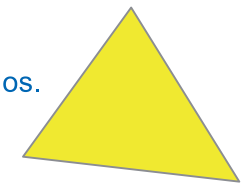
ISÓSCELES: tiene dos de sus lados congruentes.

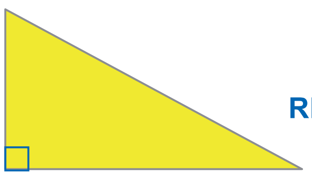




EQUILÁTERO: tiene sus tres lados congruentes.

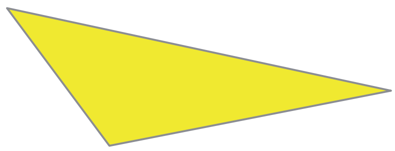
ACUTÁNGULO: tiene sus tres ángulos agudos.





RECTÁNGULO: tiene un ángulo recto.

OBTUSÁNGULO: tiene un ángulo obtuso.



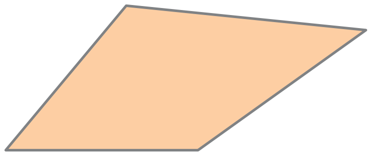
Para que lo intentes solo...

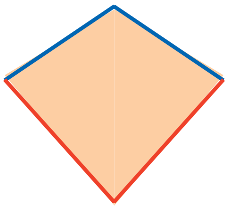
2. Marcá con una X en el casillero correspondiente:

	SIEMPRE	A VECES	NUNCA
Un triángulo equilátero es isósceles.			
Un triángulo isósceles es equilátero.			
Un triángulo escaleno es isósceles.			
Un triángulo rectángulo es isósceles.			
Un triángulo isósceles es rectángulo.			
Un triángulo escaleno es rectángulo.			
Un triángulo equilátero es rectángulo.			
Un triángulo isósceles tiene dos ángulos congruentes.			

CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS

TRAPEZOIDE: no tiene lados paralelos.

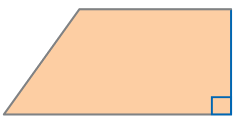




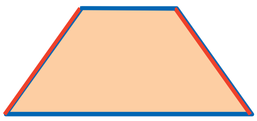
ROMBOIDE:
tiene un par de lados consecutivos congruentes, distintos de los otros dos lados, también congruentes.

TRAPECIO: tiene un sólo par de lados paralelos.





TRAPECIO RECTÁNGULO:
tiene un ángulo recto.



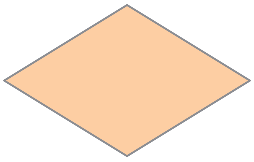
TRAPECIO ISÓSCELES:
los lados no paralelos son congruentes.

PARALELOGRAMO: tiene los lados opuestos paralelos.

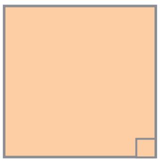




RECTÁNGULO:
tiene los cuatro ángulos rectos.



ROMBO:
tiene los cuatro lados congruentes.



CUADRADO;
tiene los cuatro lados y los cuatro ángulos congruentes.

Para que lo intentes solo...

3. Indicá si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).
Marcá con una X en el casillero correspondiente.

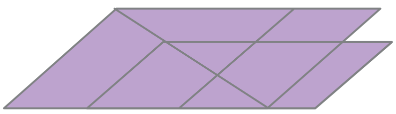
	V	F
Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.		
Todo paralelogramo es un rectángulo.		
Todo rectángulo es un paralelogramo.		
Todo rombo es un cuadrado.		
Todo cuadrado es un rombo.		
Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes		
Todo trapecio tiene los lados no paralelos congruentes.		
Todo romboide tiene un par de ángulos opuestos congruentes.		
Todo romboide tiene dos pares de ángulos opuestos congruentes.		
Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.		

4.

a) ¿Cuántos paralelogramos hay en la figura?

b) ¿Cuántos triángulos?

c) ¿Cuántos trapecios?



Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.
Las diagonales de un rectángulo son congruentes y se cortan en su punto medio.
Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio y son perpendiculares.
Las diagonales de un cuadrado se cortan en su punto medio, son congruentes y perpendiculares.
Las diagonales de un romboide son perpendiculares.

COPIA Y CONSTRUCCION DE FIGURAS

Para las siguientes actividades usaremos regla no graduada, compás y escuadra.

Margarita, Tobías y Mateo idearon distintivos para el equipo de gimnasia deportiva.

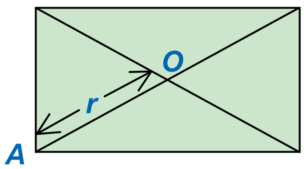
Margarita les da a sus amigos una hoja lisa con un rectángulo verde y las siguientes instrucciones para que dibujen el distintivo que ella pensó:

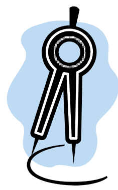
- tracen las diagonales del rectángulo.
- llamen ***O*** al punto donde se cortan
- llamen ***A*** a uno de sus vértices.
- dibujen todos los puntos que están a la misma distancia de **O** que el punto ***A***.
- píntenlos de violeta.



► ¿Cómo se puede dibujar el distintivo que ideó Margarita utilizando sólo compás y regla no graduada?

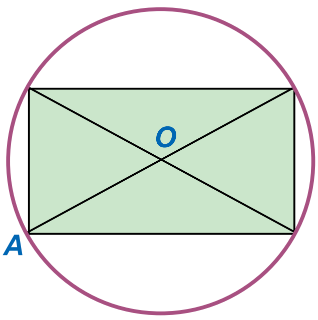
*Trazamos las diagonales del rectángulo y llamamos **O** a su punto de intersección. Elegimos un vértice cualquiera del rectángulo lo llamamos **A**. Luego a la medida del segmento **OA** la llamamos **r**.*



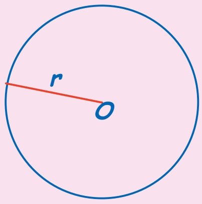


*Como las diagonales del rectángulo son congruentes y se cortan en su punto medio, para dibujar todos los puntos cuya distancia a **O** es igual a la medida del segmento **OA**, debemos construir la circunferencia de centro **O** y radio **r**.*

.



La **circunferencia** de **centro *O*** y **radio *r*** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya distancia al punto ***O*** es igual a ***r***.



Ahora es el turno de Mateo. Las instrucciones que da a sus amigos son las siguientes:

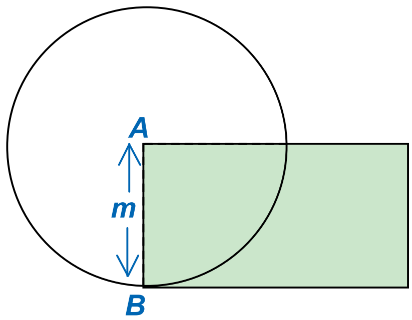
- elijan los extremos de uno de los lados menores del rectángulo.
- llamen ***A*** y ***B*** a esos extremos.
- llaman ***m*** a la medida del lado ***AB***.
- dibujen todos los puntos que estén a una distancia de ***A*** menor o igual que ***m*** y píntenlos de azul.

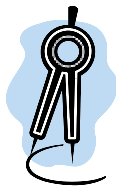
► ¿Cómo se puede dibujar el distintivo ideado por Mateo?

*Elegimos uno de los lados menores del rectángulo y llamamos **A** y **B** a sus extremos:*



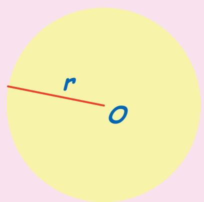
*Teniendo en cuenta lo realizado para diseñar el distintivo de Margarita trazamos una circunferencia de centro **A** y radio **m** =* $|\overline{AB}|$ *y así dibujamos todos los puntos que están de **A** a una distancia **m**.*

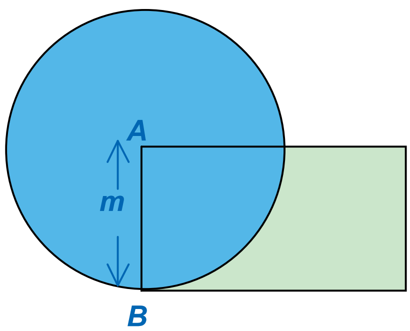




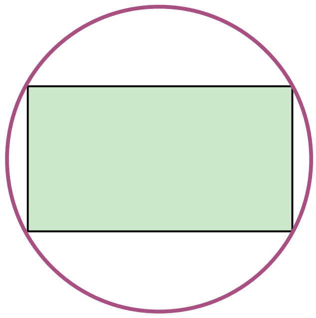
*Como en las instrucciones se piden todos los puntos que están a una distancia de **A** menor o igual que **m**, pintamos de azul la circunferencia y sus puntos interiores. Luego queda dibujado el círculo de centro **A** y radio **m**.*

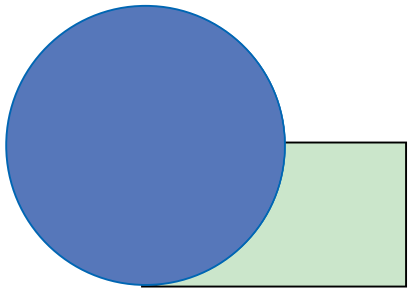
El **círculo**
de **centro *O*** y **radio *r***
es el conjunto de todos los puntos del plano cuya distancia al punto ***O*** es menor o igual que ***r***.



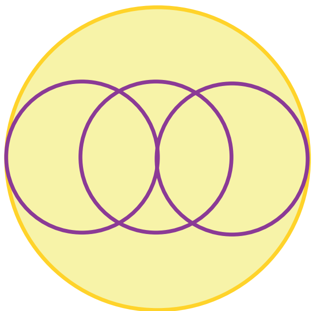


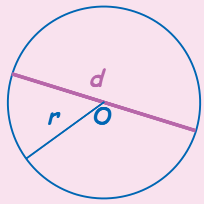
Para finalizar la construcción de los distintivos los chicos borraron las letras y construcciones auxiliares obteniendo los siguientes dibujos:





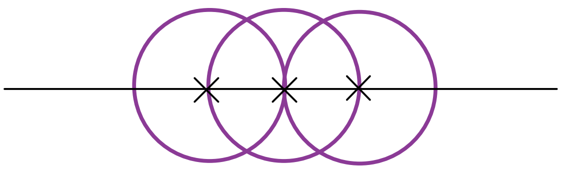
Tobías sólo quiere utilizar círculos y circunferencias para su distintivo. En una hoja lisa, hizo el siguiente dibujo y pidió a sus amigos que lo copien usando sólo compás y regla no graduada.



> ***Recordá que:***
> Todo segmento que tenga sus extremos en un circunferencia y pase por el centro es un **diámetro de dicha circunferencia**.
>
> 
>

► ¿Cómo se puede copiar el distintivo dibujado por Tobías?

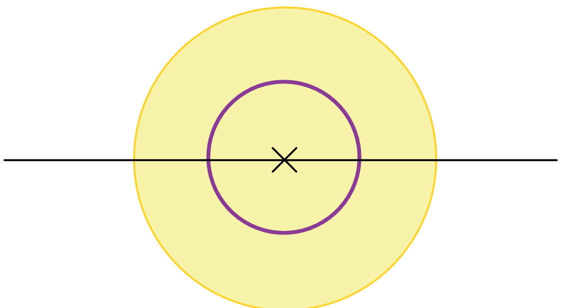
Una posible manera de copiar el distintivo de Tobías es trazar una recta que pase por el centro de las circunferencias violetas pues estos puntos están alineados.

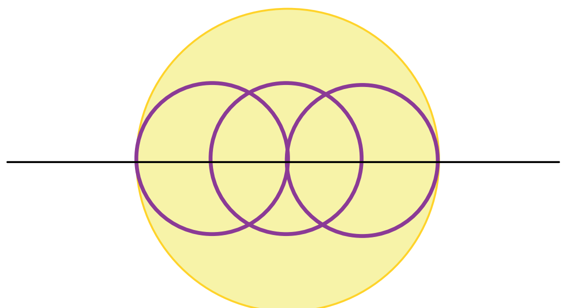


> Dos o más puntos están **alineados** si pertenecen a la misma recta.

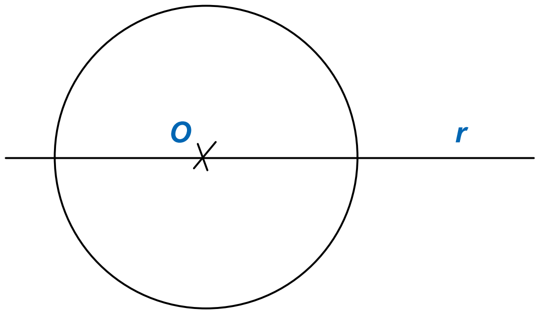
El centro del círculo amarillo coincide con el centro de la segunda circunferencia violeta
La circunferencia amarilla y la circunferencia violeta son concéntricas.

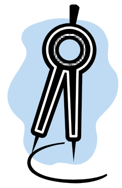
> Dos o más circunferencias son **concéntricas** si tienen el mismo centro.



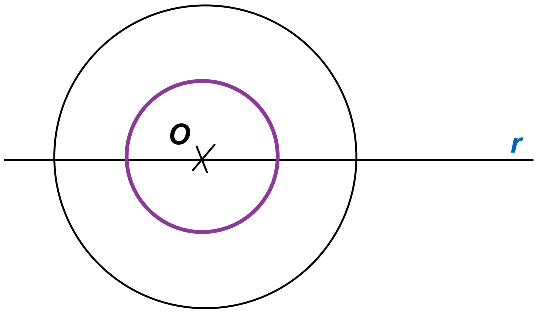


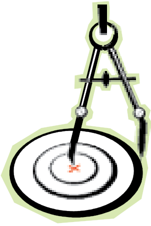
*Por lo tanto, para copiar la figura trazamos una recta **r** y elegimos un punto **O** de esa recta como centro del círculo amarillo. Con el compás dibujamos una circunferencia cuyo radio es el doble del radio de la circunferencia violeta.*



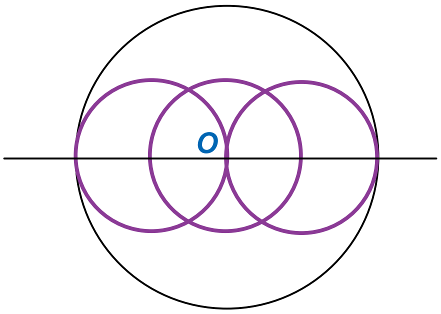


*Como esta circunferencia y la circunferencia violeta del medio son concéntricas trazamos una circunferencia de centro **O** y radio igual al de la circunferencia violeta.*

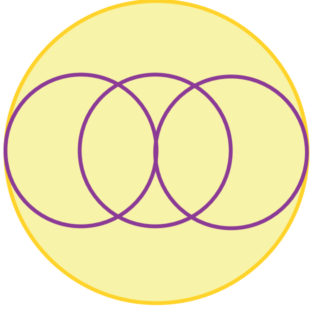




*Trazamos las dos circunferencias restantes con el mismo radio apoyando el compás en la intersección de la circunferencia violeta de centro **O** con la recta **r**.*



Borramos la recta y la letra. Pintamos y tenemos una copia del distintivo de Tobías.

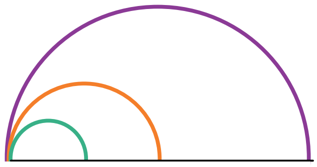




Para asegurarnos que lo reprodujimos correctamente podemos superponerlo a la figura original.

Los amigos, muy entusiasmados con sus dibujos, deciden pensar más opciones de distintivos.

Margarita encuentra la siguiente figura formada por un segmento y tres semicircunferencias. Desafía a los chicos a construir otra figura similar en la cual los radios de las semicircunferencias se dupliquen usando sólo compás y regla no graduada.

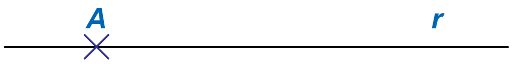




Una **semicircunferencia** es la mitad de una circunferencia.

▶ ¿Cómo se puede construir la figura propuesta por Margarita?

*Trazamos una recta **r** y elegimos un punto **A** de esa recta.*

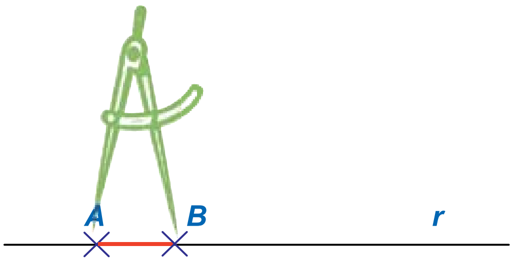


*Podemos comenzar usando regla y compás para copiar sobre la recta **r** el diámetro de la semicircunferencia verde que es la más pequeña.*

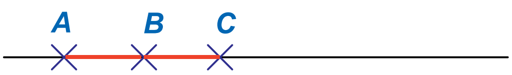
El compás permite transportar cualquier segmento, así como duplicarlo o triplicarlo

Ubicamos el compás de tal manera que los" extremos" de éste coincidan con los extremos del diámetro.

*Cuidando de no modificar la abertura del compás con centro en **A** (o sea apoyando el compás en **A**) marcamos un arco de circunferencia, el punto donde corta la recta lo llamamos **B**. Así determinamos el otro extremo del segmento.*

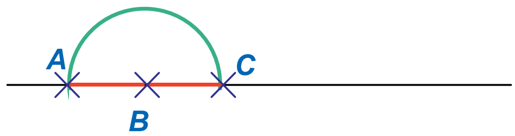


*Como queremos duplicarlo, sin mover la abertura del compás, con centro en **B** trazamos otro arco de circunferencia marcando el punto **C**.*



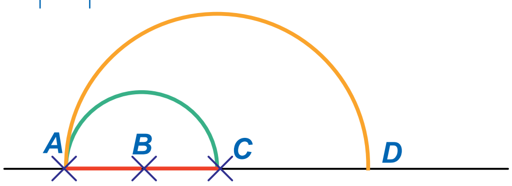
*El punto **A** y el punto **C** son los extremos del segmento buscado, su medida es el doble de la medida del diámetro de la semicircunferencia verde.*

*Para continuar con el trazado, con centro en la primera intersección **B** dibujamos una semicircunferencia de radio igual a la medida de* $\overline{AB}$.



Observamos que cada una de las semicircunferencias tiene por radio la medida del diámetro de la que la antecede en tamaño.

*Para trazar la semicircunferencia naranja con el compás hacemos centro en **C** y con radio igual a* $|\overline{AC}|$ *dibujamos la semicircunferencia naranja.*



Para el último paso repetimos el procedimiento anterior apoyando el compás en el punto D que es el extremo del diámetro de la semicircunferencia naranja.

La medida de este diámetro es el radio de la semicircunferencia violeta que debemos construir.

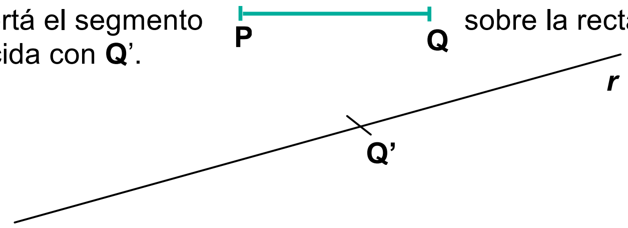
Borramos las construcciones auxiliares y nos queda el dibujo que quería Margarita.



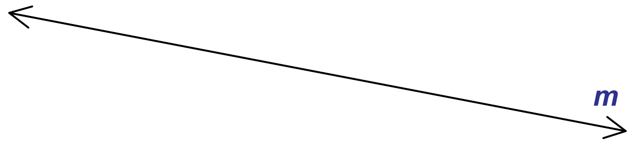
◈ *Para que lo intentes solo...*

Las siguientes actividades se realizan en hoja lisa, con compás y regla no graduada.

5. a) Transportá el segmento $\overline{PQ}$ sobre la recta ***r*** de manera que el punto **Q** coincida con **Q**'.



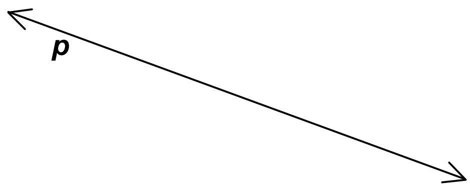
b) Elegí un punto cualquiera perteneciente a la recta ***m*** y copiá el segmento $\overline{PQ}$.



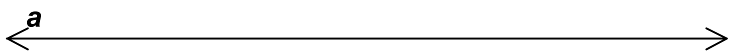
6. Dados los siguientes segmentos:



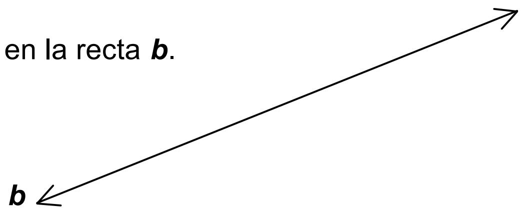
a) Copialos en la recta ***p***.



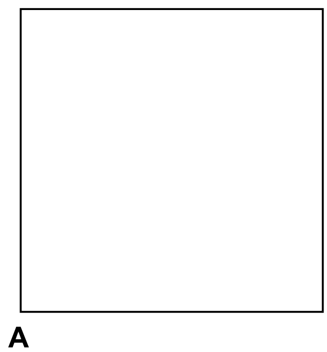
b) Duplicá el segmento violeta en la recta ***a***.



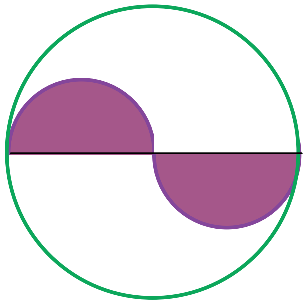
c) Triplicá el segmento naranja en la recta ***b***.



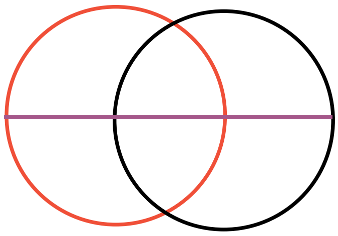
7. La figura es un cuadrado de 4cm de lado.
Coloreá de rojo la parte del cuadrado que está a menos de 4 cm de **A**, de azul la que está a 4cm de **A** y de verde la que está a más de 4 cm de **A.**



8. Copiá la siguiente figura sabiendo que el radio de los semicírculos violetas es la medida del segmento  :

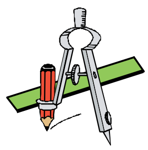


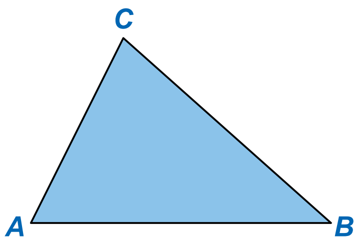
9. Dibujá la siguiente figura de manera que la distancia entre los centros de ambas circunferencias sea el doble.



MÁS CONSTRUCCIONES

► ¿Cómo graficar un triángulo congruente al triángulo ***ABC***, con regla y compás?

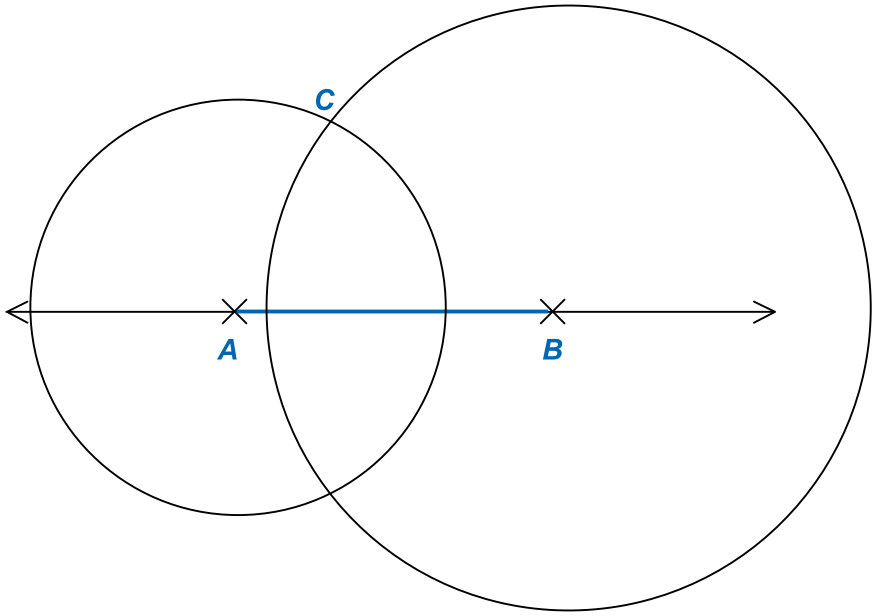




*Sobre una recta marcamos el punto **A**, elegimos una de las dos semirrectas que quedan determinadas y usando el compás copiamos el segmento* $\overline{AB}$.

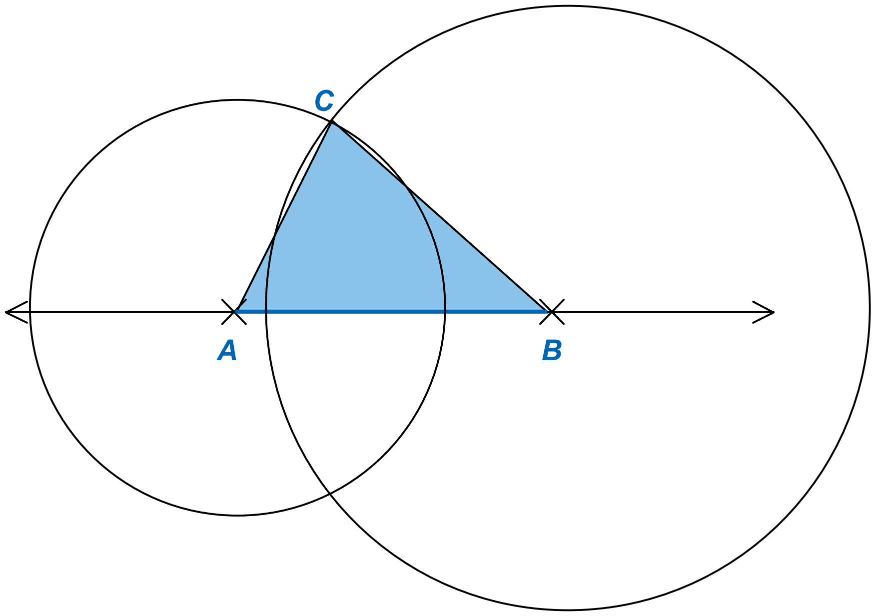


*Con centro en **A** trazamos una circunferencia de radio igual a la medida de* $\overline{AC}$ *y con centro en **B** una circunferencia con radio igual a la medida de* $\overline{BC}$.

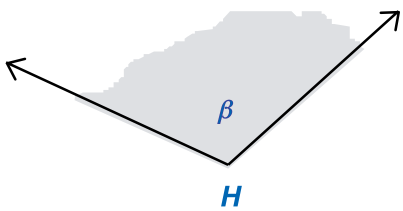


*Observamos que las dos circunferencias se cortan en el punto **C**, que es el otro vértice del triángulo.*

*Unimos con la regla **A** con **C** y **B** con **C** y obtenemos un triángulo congruente al triángulo **ABC**.*

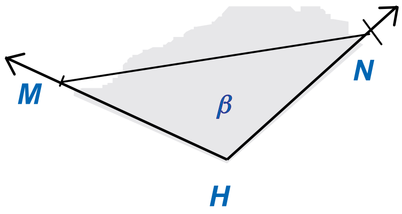


► ¿Cómo copiar el ángulo β usando regla y compás?

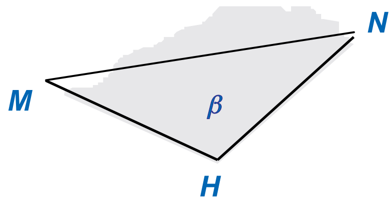


Podemos copiarlo de dos maneras diferentes.

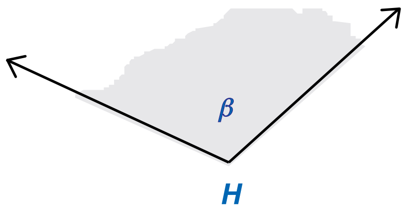
- *Una forma es construyendo primero un triángulo. Marcamos dos puntos cualesquiera sobre los lados del ángulo, por ejemplo **M** y **N** y trazamos el segmento* $\overline{MN}$.



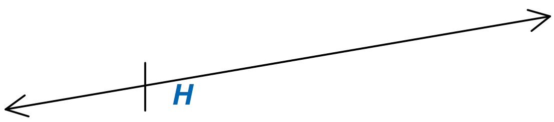
*Queda determinado el triángulo **MHN**.*
Construimos un triangulo congruente, siguiendo el procedimiento anterior.



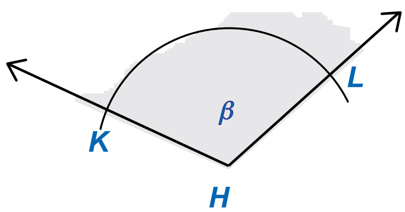
Prolongamos los segmentos trazando las semirrectas $\overrightarrow{HM}$ *y* $\overrightarrow{HN}$ *que son los lados del ángulo **ß** y borramos el segmento **MN**.*

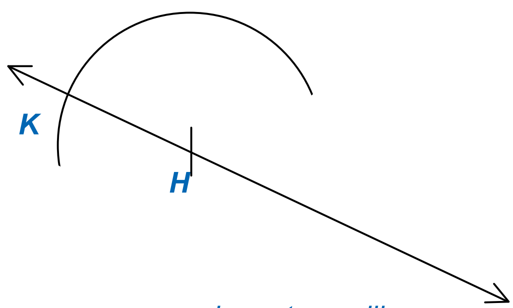


- *Otra forma es la siguiente:*
  *trazamos una recta auxiliar y marcamos el punto **H.***



*En el ángulo dado trazamos un arco de circunferencia de cualquier radio, con centro en **H**. Llamamos **K** y **L** a los puntos en los que el arco corta a los lados del ángulo.*



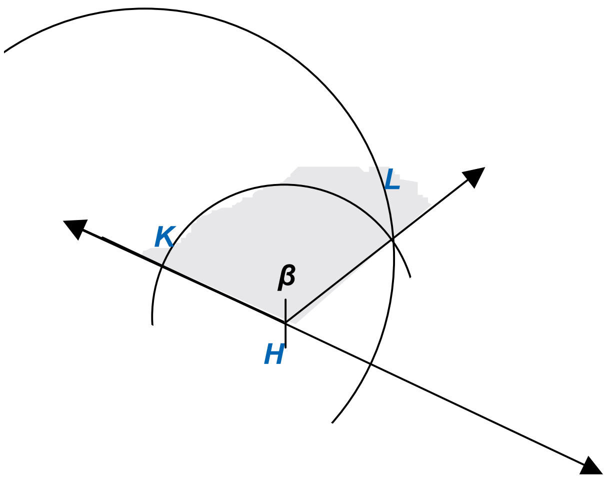


*Sin mover la abertura del compás, trazamos un arco en la recta auxiliar, con centro en **H** y con el mismo radio. Llamamos a la intersección entre el arco y la recta, punto **K***

*Considerando que **K** y **L** son los extremos de un segmento, apoyamos en **K** y abrimos el compás hasta hacer coincidir el otro extremo con el punto **L.***

*Sin mover la abertura del compás, trazamos un arco de circunferencia de centro **K** con esta medida como radio.*

*Al punto de intersección de los dos arcos lo llamamos **L.***



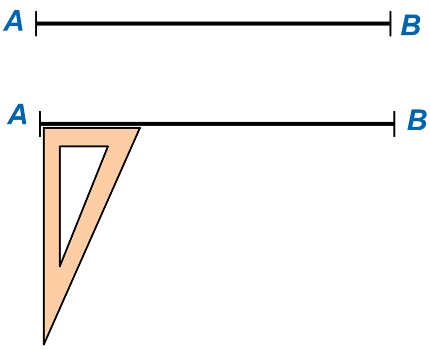
*El otro lado del ángulo **β** es la semirrecta con origen en **H** que pasa por **L**. Obtenemos así un ángulo congruente al ángulo **β**.*

Hemos trabajado sólo con regla no graduada y compás, ahora además utilizaremos la escuadra que nos servirá para dibujar ángulos rectos.

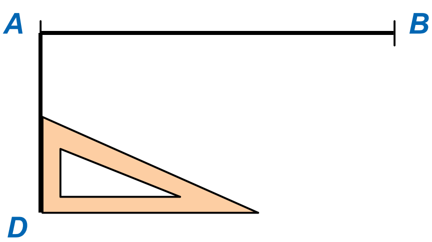


► ¿Cómo dibujar un rectángulo con la escuadra?

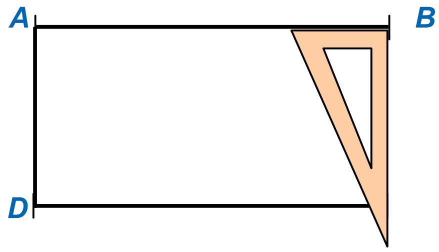
*Trazamos un segmento **AB** de cualquier medida y apoyamos la escuadra con el ángulo recto sobre el vértice **A** para trazar el lado **AD.***

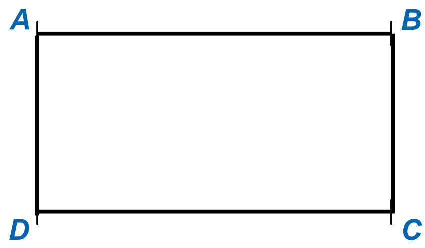


*Apoyamos la escuadra con el ángulo recto sobre **D** y trazamos el otro lado.*



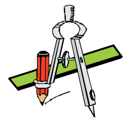
*Apoyamos la escuadra sobre el vértice **B** y trazamos otro ángulo recto.*





Obtenemos así el rectángulo ***ABCD****.*

◈ *Para que lo intentes solo...*



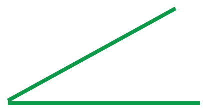
10. Utilizando escuadra , regla no graduada y compás, completá la figura para formar un cuadrado.



11. Utilizando escuadra y regla no graduada, completá la figura para formar un rectángulo, sabiendo que el segmento dado es uno de sus lados. ¿Es única la construcción?



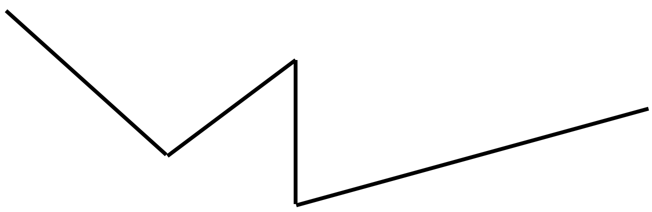
12. Los siguientes segmentos son lados de un rombo. Completá el dibujo para obtener el rombo usando regla no graduada y compás.



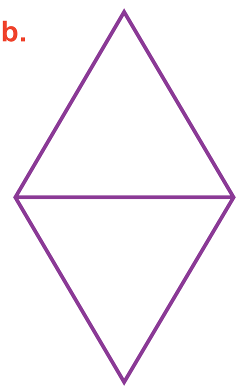
13. Dibujá un rombo tomando como lado el siguiente segmento
¿Cuántos rombos hay que cumplan con esta condición? Explicá tu respuesta.

14. Usando regla no graduada y compás, copiá los siguientes dibujos:

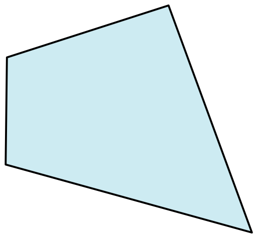
a.

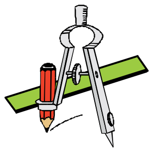


b.

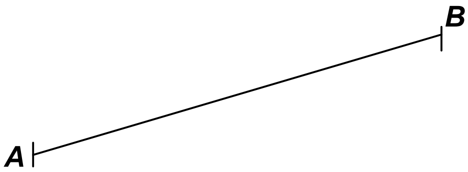


15. Construí un cuadrilátero congruente al dibujado, usando regla y compás.





16. Completá tal que $|\hat{ABC}| = 90º$



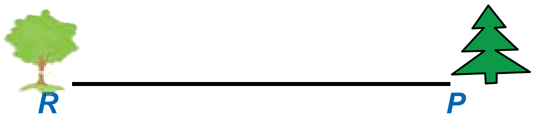
MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

Eduardo está planificando su parque en el que quiere plantar varios árboles. Lo único que tiene plantado, hasta ahora, es un roble y un pino que se encuentran a 5 metros de distancia.

Quiere colocar un nogal que esté a 2 metros del roble y a 4 metros del pino.

► ¿Dónde tendría que ubicar el nogal? ¿Cuántas posibilidades tiene?

*Para planificar el lugar donde va a plantar el nogal podemos hacer un esquema en el que representamos un metro de la realidad por un centímetro en el dibujo. Entonces dibujamos un segmento de 5cm y llamamos a sus extremos **R** y **P**.*

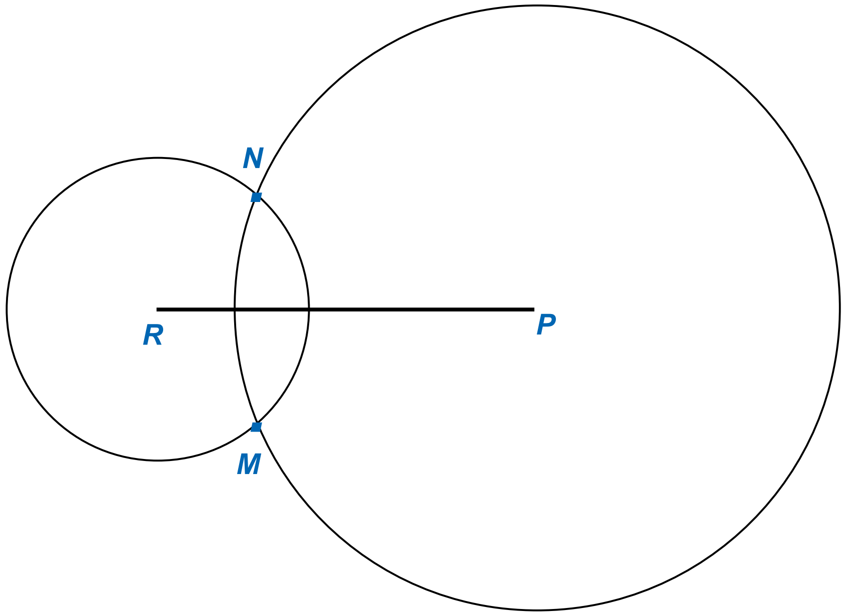


La medida del segmento $\overline{RP}$ representa la distancia que separa en la realidad los dos árboles.

*Para dibujar todos los puntos que se encuentran a una distancia de 2cm de **R** trazamos una circunferencia de centro **R** y radio 2cm, y una circunferencia de centro **P** y radio 4cm para representar todos los puntos que están a 4cm de **P**.*

*Los puntos que cumplen con las dos condiciones son los puntos **N** y **M** que son la intersección de ambas circunferencias.*

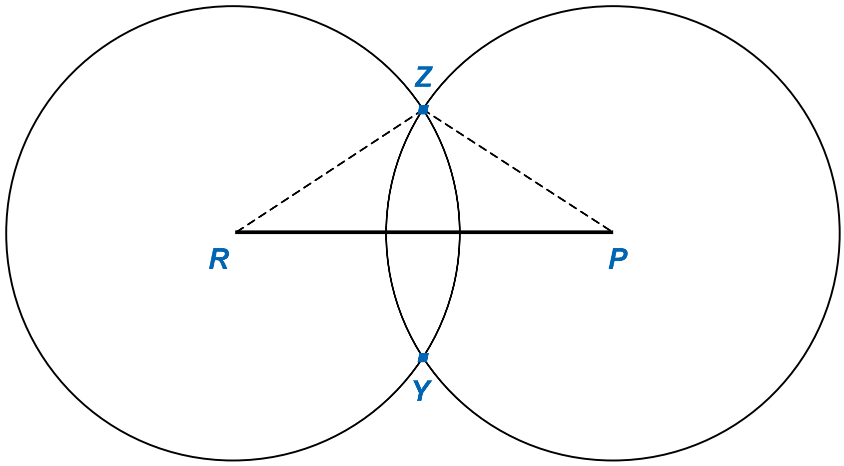
*Vemos que Eduardo tiene dos posibles ubicaciones para el nogal que son los lugares representados por los puntos **N** y **M**.*



Ahora Eduardo quiere marcar en el esquema los puntos que correspondan a tres nuevos árboles. Un jacarandá que se encuentre a 3 metros del roble y del pino respectivamente, un ciprés que se encuentre a 4 metros de ambos árboles y un plátano que se halle a 4,5 metros de ambos árboles también.

► ¿Dónde tendría que ubicar estos árboles? ¿Cuántas posibilidades tiene?

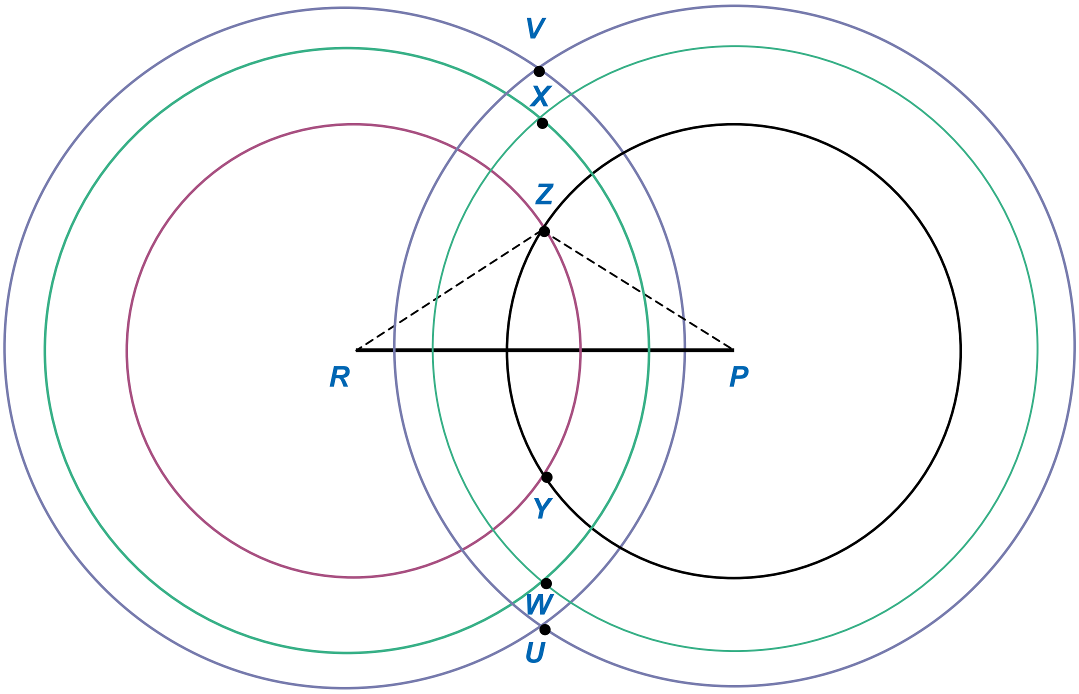
*Para ubicar estos puntos repetimos el procedimiento anterior trazando las circunferencias con centro en **R** y **P** con los radios correspondientes .Por ejemplo para ubicar el jacarandá trazamos dos circunferencias de radio igual a 3cm, una con centro en **R** y otra con centro en **P**.*



*Los puntos que están a 3cm de **R** y de **P** son: **Z** y **Y.***

*De la misma manera repetimos el procedimiento para el ciprés y el plátano. En un caso trazamos dos circunferencias de radio igual a 4cm de centros **R** y **P**, y en el otro, dos circunferencias de radio igual a 4,5cm también de centros **R** y **P**.*

*Los puntos que están a 4 cm de **R** y de **P** son: **X** y **W.** Y los puntos que están a 4,5 cm son: **V** y **U.***

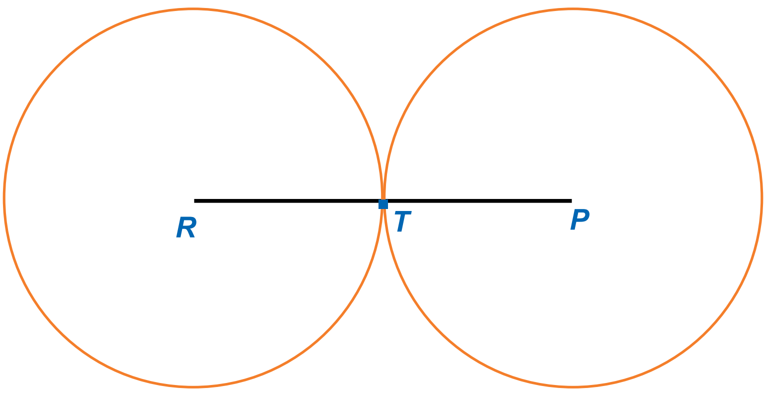


Observamos que para cada árbol tiene dos posibles puntos para plantarlos que cumplen las condiciones pedidas.

Finalmente, Eduardo quiere ubicar un sauce a 2,5m del roble y el pino.

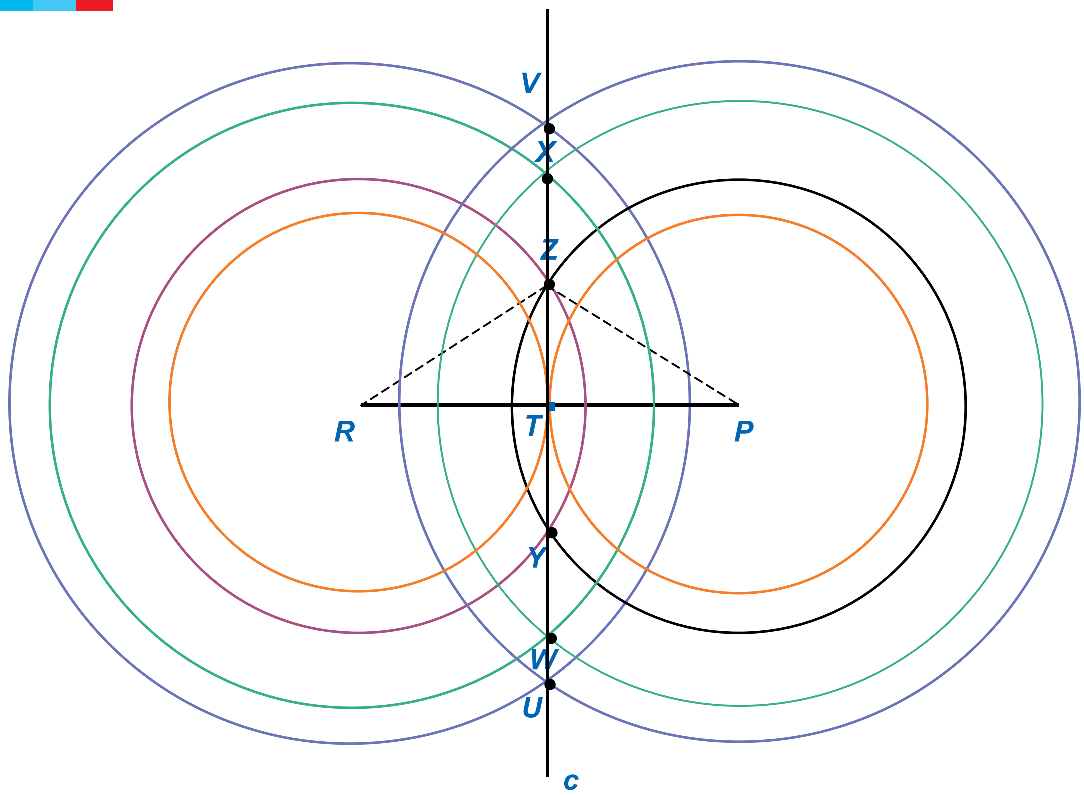
► ¿Cuántas opciones tiene para ubicarlo?

*Repetimos el procedimiento anterior y observamos que en este caso las dos circunferencias de radio igual a 2,5 cm se cortan en un único punto **T.** Dicho punto equidista de **R** y de **P**, es decir, es el punto medio del segmento **RP**.*



*Podemos unir los puntos **T**, **U**, **V**, **W**, **X**, **Y**, **Z** que marcamos con una recta **c**.*

*Entonces los puntos determinados por la intersección de cualquier par de circunferencias de centro **R** y **P** y el mismo radio, determinan una recta perpendicular al segmento **RP** que pasa por su punto medio **T**.*



Los puntos que equidistan de los extremos de un segmento están sobre una recta que es perpendicular al segmento y pasa por su punto medio.
*Esta recta es la **mediatriz** del segmento **RP**.*

*La mediatriz del segmento **RP** la notamos* $m_z(\overline{RP})$.

> La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al mismo que pasa por su punto medio.

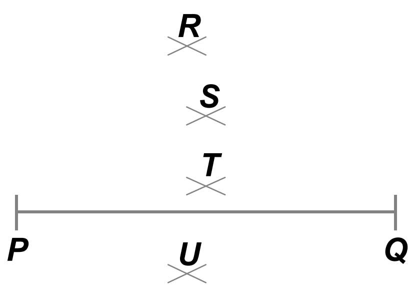
> Los puntos que **equidistan** (están a igual distancia) de los extremos de un segmento están sobre la **mediatriz** del mismo.

> Los puntos de la **mediatriz** de un segmento **equidistan** de los extremos del mismo.

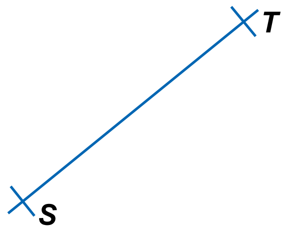
◈ *Para que lo intentes solo...*



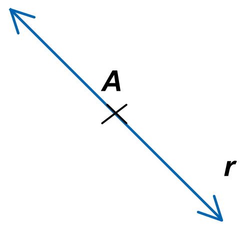
17. a) Utilizando sólo el compás, decidí cuáles de los puntos ***R***, ***S***, ***T*** o ***U*** pertenecen a $m_z(\overline{PQ})$.



b) Encontrá tres puntos que pertenezcan a la mediatriz de $\left|\overline{ST}\right|$.



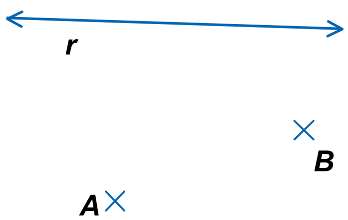
18. Trazá una recta perpendicular a **r** que pase por **A**.
Utilizá regla y compás.



19. Dividí el segmento ***PQ*** en cuatro segmentos congruentes.



20. Dibuja el triángulo **ABC** si se sabe que **C** está sobre la recta **r** y a la misma distancia de **A** y **B**.



MEDIATRICES DE UN TRIÁNGULO

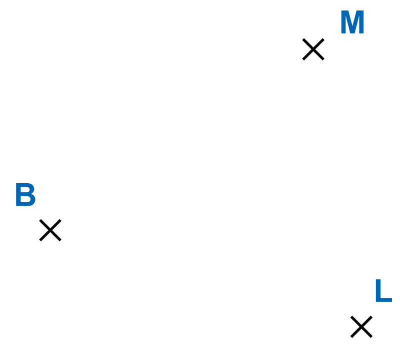
Mariano, Santiago y Josefina deciden enterrar en un parque una caja con mensajes para leerlos en el futuro. Para ello tienen que buscar un escondite secreto que les permita desenterrarlo más adelante.

En el parque hay un monumento, un mástil y un bebedero.

Los chicos piensan que un buen lugar para enterrar la caja sería un punto que esté a igual distancia del monumento, del mástil y del bebedero. Deciden hacer un dibujo para representar la situación.

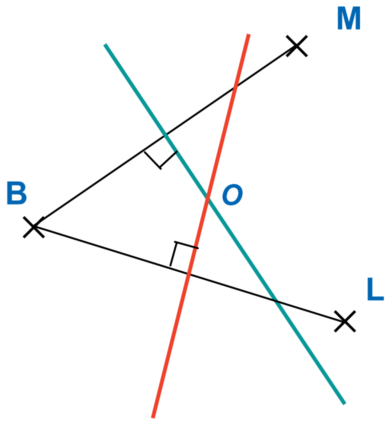
► ¿Cómo pueden determinar ese lugar?

*Marcamos los puntos **B**, **M** y **L** que representan el bebedero , el monumento y el mástil respectivamente.* .



*Trazamos el segmento **BM** y luego su mediatriz. Todos los puntos que están sobre ella equidistan de **B** y de **M**.*

*Trazamos la mediatriz correspondiente al segmento **BL**.*

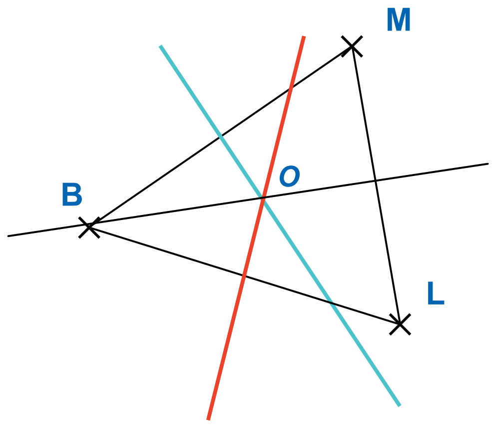


*Las dos mediatrices trazadas se cortan en un único punto **O** que está a igual distancia de **B**, de **M** y de **L**.*

*El punto **O** es el buscado por los chicos pues equidista de los tres puntos.*

*Si trazamos la mediatriz correspondiente al segmento **LM** va a cortar a las otras dos en el mismo punto **O.***

*Vemos que si unimos los puntos **B**, **M** y **L**, a través de segmentos obtenemos un triángulo. Las mediatrices dibujadas se llaman **mediatrices de un triángulo.***



En todo triángulo las mediatrices se cortan en un punto
que equidista de sus vértices.
No siempre el punto de intersección es un punto interior del triángulo.

Para que lo intentes solo...

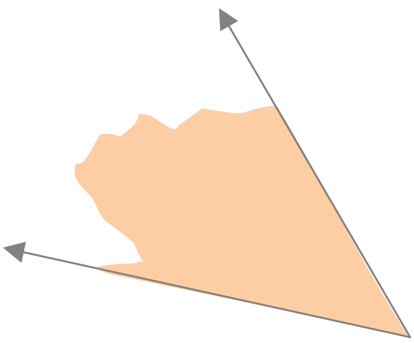
21. Dibujá un triángulo acutángulo, otro rectángulo y otro escaleno y trazá en cada uno de ellos sus tres mediatrices.
Establecé donde se encuentra el punto de intersección en cada caso.

22. Completá con V o F el siguiente cuadro:

a) Para trazar la mediatriz del segmento **AB** las circunferencias con centro en **A** y **B** deben tener un radio mayor a la mitad del lado.	
b) Sin considerar el punto medio del segmento, los puntos de la mediatriz con los extremos **A** y **B**, forman un triángulo isósceles.	
c) El punto de intersección de las mediatrices equidista de los lados del triángulo.	
d) El punto de intersección de las mediatrices de un triángulo equilátero es un punto exterior al triángulo	

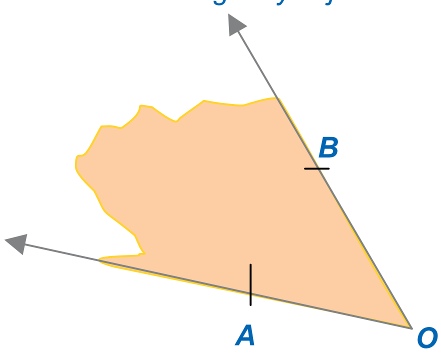
BISECTRIZ DE UN ANGULO

Alejandro está diseñando un sistema de riego para su huerta. Quiere colocar una fila de regadores que se encuentren a igual distancia de sus hortalizas que están alineadas sobre los lados de un ángulo agudo como muestra el dibujo.

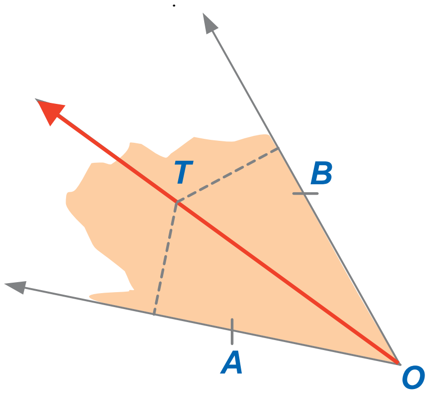




*Llamemos **O** al vértice del ángulo y elijamos un punto perteneciente a cada una de sus lados.*



*Si trazamos los puntos del ángulo que están a igual distancia de sus lados obtenemos una semirrecta interior al ángulo con vértice en **O**.*



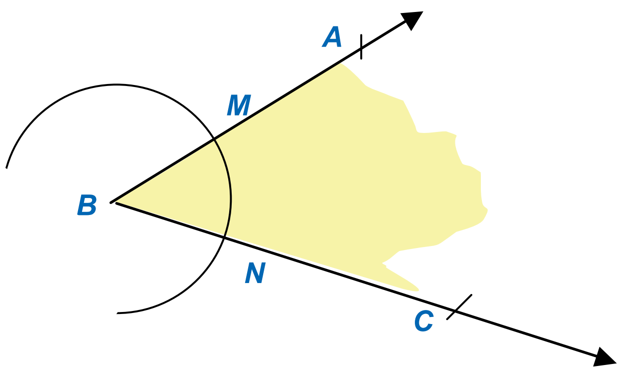
*La semirrecta $\overrightarrow{OT}$ está formada por todos los puntos del ángulo **AOB** que equidistan de sus lados y a su vez divide al ángulo en dos ángulos congruentes.*
Alejandro debe colocar los regadores sobre esta semirrecta.

*Esta semirrecta es la **Bisectriz del ángulo $A\hat{O}B$.***

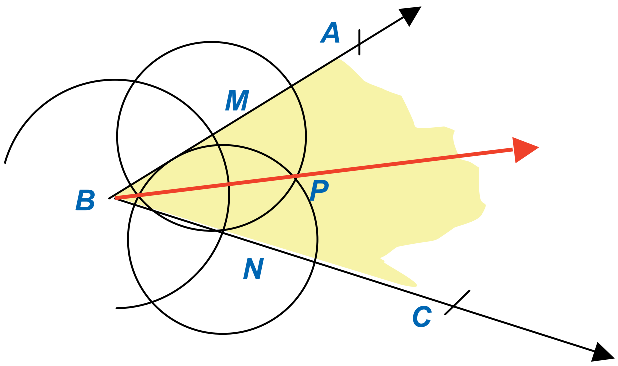
La **bisectriz** de un ángulo
es la semirrecta con origen en su vértice que lo divide en dos ángulos congruentes.
Los puntos de la bisectriz equidistan de los lados del ángulo.

Para trazar la **Bisectriz de un ángulo** con regla y compás realizamos el siguiente procedimiento:

Dado el ángulo **ABC**



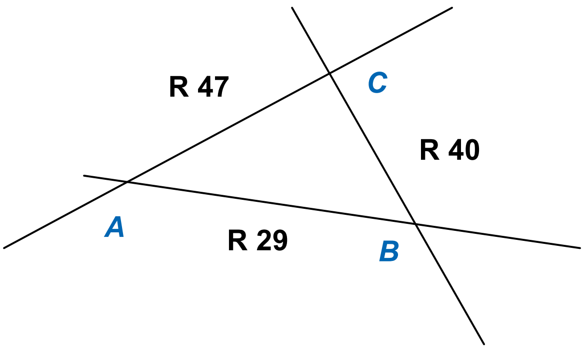
*Trazamos un arco de circunferencia de centro en **B**, de manera que corte a $\overrightarrow{BA}$ en **M** y a $\overrightarrow{BC}$ en **N**.*
*Con centro **M** y con una medida mayor al radio del arco anterior trazamos un nuevo arco de circunferencia.*
*Sin modificar la apertura del compás, apoyamos en **N** y trazamos un arco de manera de determinar un punto **P**.*



*Unimos **P** con **B**. La semirrecta $\overrightarrow{\textbf{BP}}$ es la bisectriz del ángulo **ABC**.*

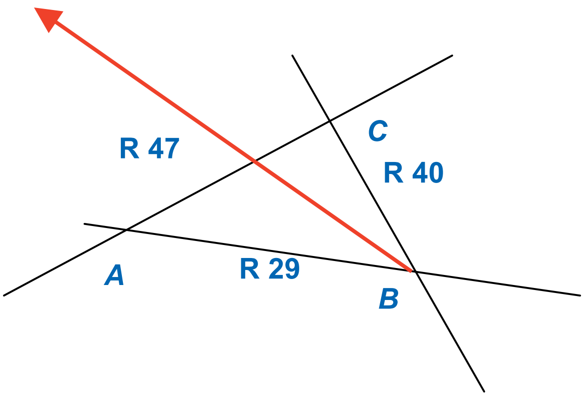
BISECTRICES DE UN TRIÁNGULO

Se quiere colocar una estación de servicio a igual distancia de tres rutas: la 40, la 29 y la 47, cuyo esquema es el siguiente:

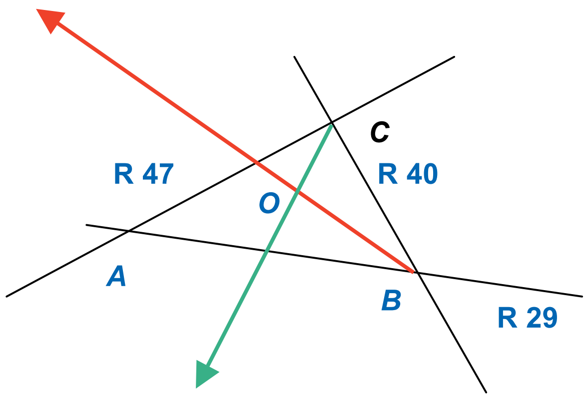


*Llamamos **A, B** y **C** a las intersecciones de las rutas.*

*Para que un punto esté a igual distancia de las rutas **40** y **29**, debe pertenecer a la bisectriz del ángulo **ABC**.*



*Los puntos que equidistan de las rutas **47** y **40** se encuentran en la bisectriz del ángulo **ACB**.*



*Si trazamos las bisectrices de los ángulos **ABC** y **ACB**, hallamos el punto **O**, punto de intersección de las bisectrices. Dicho punto equidista de los lados* $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ *y* $\overline{CD}$*, por lo tanto representa el lugar donde se debe colocar la estación de servicio.*

> En todo triángulo las bisectrices se cortan en un punto interior
> que equidista de sus lados

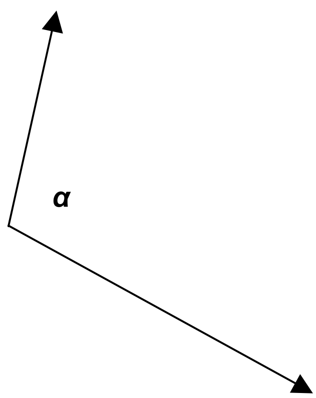
◈ *Más problemas*

23. $\overrightarrow{OB}$ es bisectriz del ángulo ***β***. Trazá el ángulo ***β***.



¿Es la única posibilidad? Explicá tu respuesta.

24. Trazá con regla y compás un ángulo cuya amplitud sea la cuarta parte de **α**.

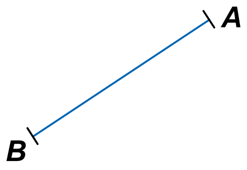


25. Dibujá con regla y compás un ángulo de:

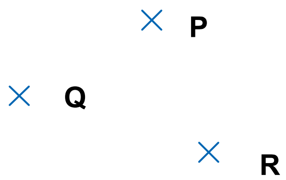
a) 90º **b)** 45º **c)** 60º

26. Dibujá, si es posible,

a) tres circunferencias que pasen por los extremos del segmento **AB**.

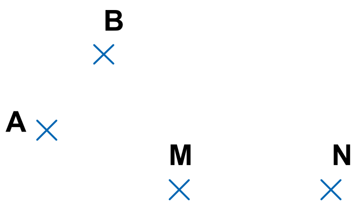


b) dos circunferencias que pasen por **P**, **Q** y **R**.



En caso de no ser posible justificá tu respuesta.

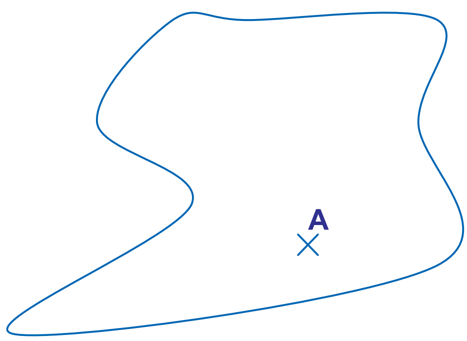
27. Los puntos **A** y **B** pertenecen a la bisectriz de un ángulo α. **M** y **N** son puntos de uno de sus lados. Dibujá el ángulo α.



28. Considerá este segmento  como unidad de medida.

Utilizando regla no graduada y compás

a) Marcá con cruces todos los puntos que están sobre la curva a una distancia de **A** igual a la medida del segmento dado.

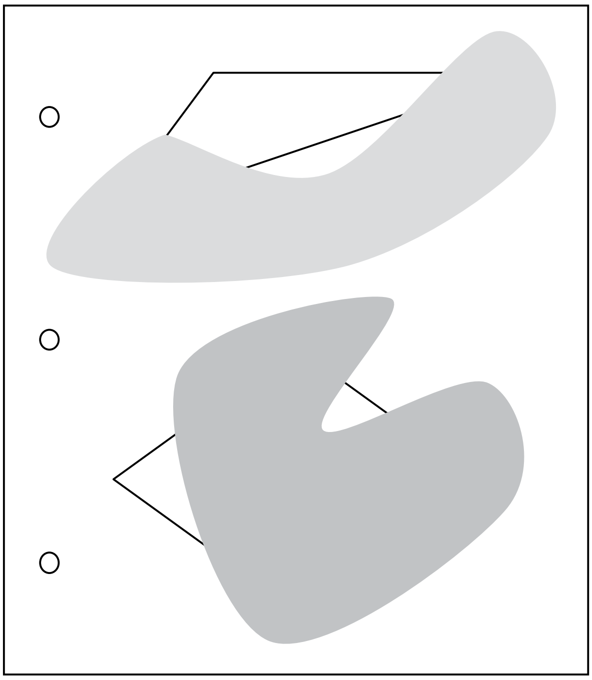


b) Colorea de rojo la parte interior a la curva que está a menor distancia de **A** que la medida del segmento.

c) Coloreá de azul la parte interior a la curva que está a mayor distancia de **A** que la medida del segmento.

29. A Francisco se le se ha manchado una hoja de su carpeta de matemática y se le borró parte de lo que tenía. Había dibujado un paralelogramo y un rombo, cada uno con una de sus diagonales.

¿Podés completar las figuras nuevamente?



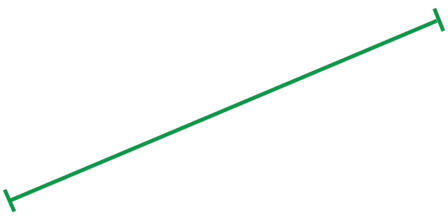
30. Trazá una circunferencia de centro **L** y radio **r** igual a la medida del segmento



Marcá, siempre que sea posible tres puntos: **A**, **B** y **C** en la circunferencia de manera que:

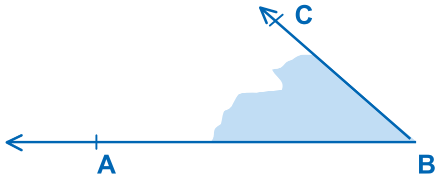
a) la distancia entre **A** y **B** sea el doble de ***r***.
b) la distancia entre **A** y **C** sea ***r***.
c) la distancia entre **D** y **C** el triple de ***r***.

31. Encontrá sin usar regla graduada, las tres cuartas partes de este segmento

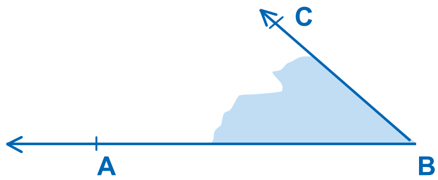


32. Traza en cada caso, el triángulo isósceles **ABP** si se sabe que **P** está sobre la bisectriz de $A\hat{B}C$ y:

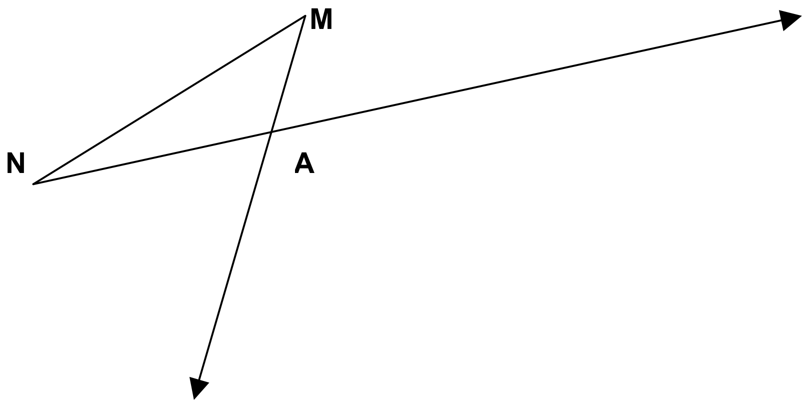
a) $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{BP}\right|$.



b) $\left|\overline{AP}\right| = \left|\overline{PB}\right|$.

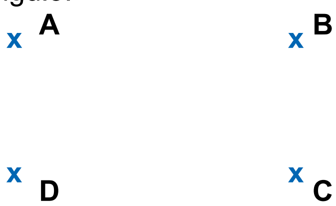


33. Dibujá un triángulo **MNO** sabiendo que $\overrightarrow{NA}$ es bisectriz del ángulo **MAO** y $\overrightarrow{MA}$ es bisectriz del ángulo **NMO.**



34. Dibujá, si es posible,

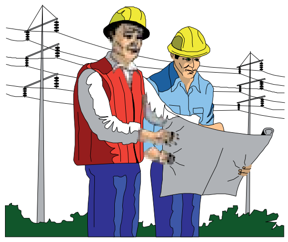
a) una circunferencia que pase por **A**, **B**, **C** y **D**, sabiendo que **A**, **B**, **C** y **D** son los vértices de un rectángulo.



b) una circunferencia que pase por **P**, **Q**, **R** y **S**, sabiendo que **P**, **Q**, **R** y **S** son los vértices de un paralelogramo.



En caso de no ser posible, justificá tu respuesta.

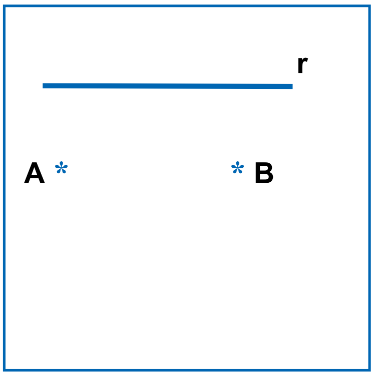


35. Los intendentes de dos localidades cercanas van a construir un hospital para que atienda a los habitantes de ellas. En función de esto, planifican el trazado de una nueva ruta que facilite la comunicación.

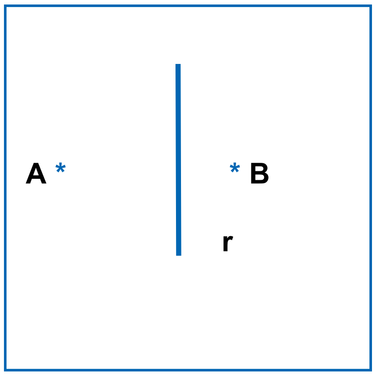
a) En los dibujos los puntos **A** y **B** representan las dos localidades, la recta **r** el posible trazado de la nueva ruta. El hospital debe ser construido sobre la nueva ruta r y a igual distancia de las localidades **A** y **B.** En cada dibujo marcá con una **X**, un punto, en el que podría construirse el hospital. Llamá al punto **"H".**

Nota: Los intendentes no saben geometría y puede no existir un punto que cumpla con las condiciones.

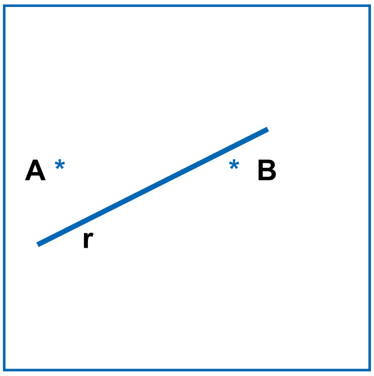
I.



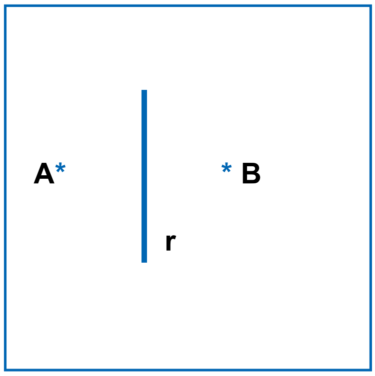
II.



III.



IV.



b) Completá el cuadro poniendo una **X** en el casillero correspondiente, según la cantidad de puntos que existen en cada caso, para ubicar el hospital.

	I	II	III	IV
HAY UN ÚNICO PUNTO				
NO HAY PUNTOS				
HAY MÁS DE UN PUNTO				

36. La bisectriz de $\hat{AEG}$ está incluida en la mediatriz de:
Marcá con una X la o las respuestas correctas.



☐ $\overline{CF}$ ☐ $\overline{CG}$ ☐ $\overline{AH}$ ☐ $\overline{BH}$

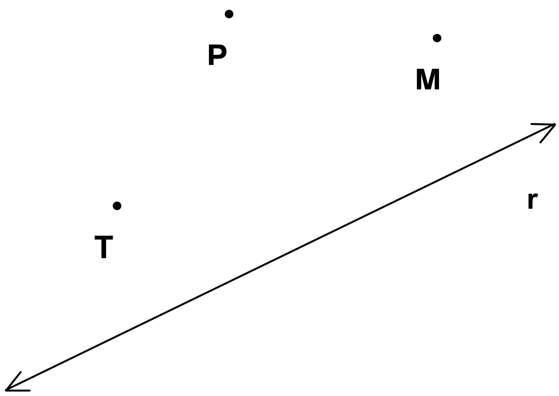
37. En el siguiente esquema están representados tres poblados con letras las **T**, **P** y **M** y con una recta **r** la ruta más cercana a ellos.

a) Se tiene que construir sobre la ruta tres puentes de manera tal que los habitantes de cada uno de los pueblos tengan que caminar lo menos posible.

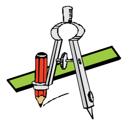
b) Un hospital que equidiste de los tres pueblos.

c) Una estación de bomberos sobre la ruta que equidiste de los pueblos **P** y **M.**

Marcá en el dibujo la ubicación de los puentes, el hospital y la estación de bomberos.



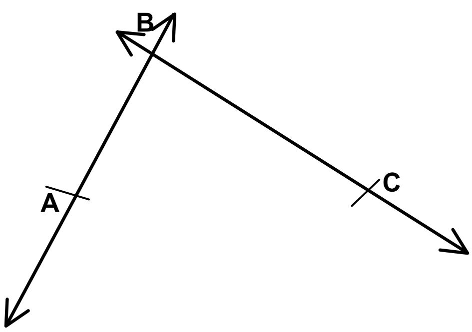
38. En el esquema, los puntos **A**, **B** y **C** representan tres barrios, las rectas **BC** y **BA** representan rutas que pasan por esos barrios



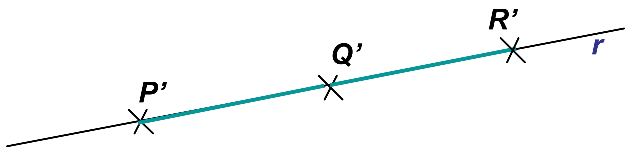
Se quiere edificar un hospital, de manera que esté:

- a la misma distancia de los barrios representados por **B** y **C**.
- a la misma distancia de las rutas **BC** y **BA**.

¿Dónde se puede construir el hospital? *Marcalo en el dibujo.*



Respuestas del bloque 4

1.	**a)** Por ejemplo ***AD*** y ***GC***. **b)** Por ejemplo ***DG*** y ***BE***. **c)** Por ejemplo $A\hat{D}E$. **d)** Por ejemplo $G\hat{F}C$ **e)** Por ejemplo $D\hat{F}C$ **f)** Por ejemplo $D\hat{E}F$
2.	Ver al pie de la tabla.
3.	Ver al pie de la tabla.
4.	**a)** 10 **b)** 7 **c)** 8
5.	**a)** Transportamos el segmento $\overline{PQ}$ haciendo coincidir uno de sus extremos con ***Q'***. **b)** Elegimos un punto ***P'*** sobre la recta m. Luego con el compás transportamos el segmento $\overline{PQ}$. Apoyamos el compás en ***Q'*** y volvemos a copiar el segmento $\overline{PQ}$ así obtenemos el segmento $\overline{P'R'}$ cuya medida es el doble de $\overline{PQ}$. 

2.

	SIEMPRE	A VECES	NUNCA
Un triángulo equilátero es isósceles.	X		
Un triángulo isósceles es equilátero.		X	
Un triángulo escaleno es isósceles.			X
Un triángulo rectángulo es isósceles.		X	
Un triángulo isósceles es rectángulo.		X	
Un triángulo escaleno es rectángulo.		X	
Un triángulo equilátero es rectángulo.			X
Un triángulo isósceles tiene dos ángulos congruentes.	X		

3.

	V	F
Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.	X	
Todo paralelogramo es un rectángulo.		X
Todo rectángulo es un paralelogramo.	X	
Todo rombo es un cuadrado.		X
Todo cuadrado es un rombo.	X	
Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes	X	
Todo trapecio tiene los lados no paralelos congruentes.		X
Todo romboide tiene un par de ángulos opuestos congruentes.	X	
Todo romboide tiene dos pares de ángulos opuestos congruentes.		X
Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.	X	

6.	a) Elegimos un punto en la recta m y copiamos los segmentos usando el mismo procedimiento que en 5. b) Usamos el mismo procedimiento que en 5b). c) Una vez que trasportamos dos veces al segmento como en b) lo trasportamos una vez más usando el mismo procedimiento.
7.	Trazamos una circunferencia de centro A y radio igual a la medida del lado del cuadrado. Ver al pie de la tabla.
8.	Por ejemplo: trazamos una recta auxiliar. Elegimos un punto sobre la recta y copiamos el segmento dado. Con centro en su extremo y radio igual a su medida trazamos una semicircunferencia. Repetimos el procedimiento dibujando la semicircunferencia del otro lado de la recta. Con centro en el punto en común de ambas semicircunferencias trazamos un circunferencia cuyo radio es el doble de la medida del segmento dado. Pintamos los puntos interiores determinados por las semicircunferencias y la recta.
9.	Trazamos una recta. El radio de las nuevas circunferencias es igual a la medida del diámetro de las dadas. Elegimos un punto sobre la recta como centro y trazamos la nueva circunferencia roja. El punto donde corta a la recta es el centro de la circunferencia violeta de radio el doble de la dada.
10.	Prolongamos el lado más pequeño. Con el compás con centro en ***P*** trazamos un arco de radio igual a la medida del segmento mayor y marcamos un punto donde corta la prolongación. Tenemos así dos de los lados del cuadrado. Apoyando la escuadra en el extremo de cada uno de los lados trazamos los otros dos.
11.	Trazamos los lados que faltan apoyando la escuadra en los extremos del segmento. Hay infinitas posibilidades porque el otro lado puede tener cualquier medida.
12.	Unimos los extremos de los segmentos. Nos queda determinado un triángulo. Trazamos un triángulo congruente haciendo coincidir la base con el segmento trazado que es una de las diagonales del rombo.
13.	Copiamos el segmento dado haciendo coincidir unos de sus extremos y repetimos el procedimiento de 12.
14.	a) Copiamos sucesivamente los segmentos y los ángulos. b) Copiamos los dos triángulos haciendo coincidir su base.
15.	Copiamos sucesivamente lados y ángulos del cuadrilátero. También podemos dividir el cuadrilátero en dos triángulos y copiar éstos.
16.	Apoyamos la escuadra en ***B*** y trazamos la perpendicular.
17.	*a)* ***S*** y ***T*** *b)* Trazamos circunferencias de igual radio con centro en los extremos del segmento. Por cada par de circunferencias obtenemos dos puntos. Podríamos tomar el punto medio del segmento **ST**.
18.	Sobre la recta r marcamos dos puntos de forma tal que **A** sea su punto medio (Lo hacemos intersecando una circunferencia con centro en **A** y la recta **r**) Luego trazamos la mediatriz del segmento que tiene por extremos los dos puntos

7.



19.	Trazamos la mediatriz del segmento **PQ**, llamemos **M** a su punto medio. Trazamos las mediatrices de los segmentos **PM** y **MQ** y marcamos sus puntos de intersección con el segmento.
20.	Unimos **A** y **B** con un segmento y trazamos su mediatriz. Marcamos el punto **C** intersección entre la mediatriz y la recta **r**. Nos queda determinado el triángulo **ABC**
21.	Para trazar las mediatrices seguimos las indicaciones dadas en la actividad anterior El punto de intersección de las tres mediatrices es interior en los triángulos acutángulos y rectángulos y exterior para los obtusángulos.
22.	**a)** V **b)** V **c)** F **d)** F
23.	Trazamos dos ángulos congruentes con centro **O** y que ambos tengan la semirrecta **OB** como lado común.
24.	Trazamos la bisectriz del ángulo **α** y luego las bisectrices de los dos ángulos congruentes determinados por la bisectriz.
25.	**a)** Trazamos un segmento y luego su mediatriz, está determina 4 ángulos rectos. **b)** Trazamos la bisectriz a un ángulo recto. **c)** Trazamos un triángulo equilátero cualquiera de sus ángulos mide 60º.
26.	**a)** Cualquier circunferencia con centro en la mediatriz de $\overline{AB}$, que pase por **A** y **B**. **b)** No es posible, porque las mediatrices de los segmentos se cortan en un único punto, por lo tanto hay un único punto que equidista de **P**, **Q** y **R**, siendo el centro de la única circunferencia que pasa por dichos puntos.
27.	Trazamos una recta que pase por **M** y **N**. Luego trazamos otra recta que pase por **A** y **B**. El punto de intersección **P** de las dos rectas es el vértice del ángulo **α.** Trazamos un ángulo congruente al ángulo **BPM** con vértice en **P** y uno de sus lados es la semirrecta **PB**.
28.	**a)** Trazamos una circunferencia de centro A y radio la medida del segmento dado. Marcamos con una cruz todos los puntos en los que la circunferencia interseca a la curva. **b)** Coloreamos de rojo todos los puntos interiores a la curva que son interiores a la circunferencia. **c)** Coloreamos de azul todos los puntos exteriores a la circunferencia y interiores a la curva.
29.	Para completar el paralelogramo podemos prolongar la parte que se ve de los lados y de la diagonal. Trazamos un triángulo congruente haciendo que la diagonal sea un lado común a los dos triángulos. Para completar el rombo prolongamos los tramos de lados que se ven. Queda determinado un lado, como los lados de un rombo son congruentes haciendo centro en los vértices y con radio igual a la medida del lado marcamos lo extremos de los otros dos lados. Unimos estos puntos.
30.	**a)** **A** y **B** deben estar sobre la circunferencia y sobre un diámetro. **b)** elegimos un punto **A** cualquiera. Transportamos el segmento de manera que su otro extremo pertenezca a la circunferencia ese punto es **C**. **c)** Es imposible porque la mayor distancia a la que pueden encontrarse dos puntos de una circunferencia es la medida de su diámetro que es dos veces el radio.

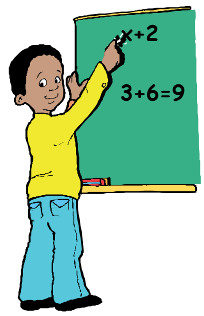
31.	Trazamos la mediatriz del segmento dado. Luego trazamos la mediatriz de una de las mitades y marcamos el punto **P** de intersección con el segmento. El segmento que buscamos tiene como extremos el extremo del segmento original más distante de **P** y el punto **P**.
32.	**a)** Trazamos la bisectriz del ángulo **ABC**. Sobre la bisectriz con extremo en **B** transportamos el segmento **BA.** Marcamos el punto **P**. Unimos **A** con **P**. b) Trazamos la bisectriz del ángulo **ABC**. Trazamos la mediatriz del segmento **AB**. El punto de intersección de la bisectriz y la mediatriz es el punto **P**.
33.	Trazamos un ángulo congruente al ángulo **MNA** de manera que $\overrightarrow{NA}$ sea bisectriz del ángulo formado por los dos ángulos congruentes. Trazamos un ángulo congruente al ángulo **NMA** haciendo que $\overrightarrow{MA}$ sea bisectriz. El punto de intersección de las dos semirrectas trazadas es el punto **O**.
34.	**a)** Trazamos los segmentos **AC** y **BD** que son las diagonales del rectángulo. El punto de intersección es el centro de la circunferencia y su radio es la medida de la mitad de una de sus diagonales. **b)** No es posible porque las diagonales no son congruentes.
35.	**a) i**. **H** es la intersección entre la recta **r** y la mediatriz del segmento **AB** **ii.** No existe **iii.** El punto **H** es la intersección entre la recta **r** y la mediatriz del segmento **AB**. **iv**. Cualquier punto que pertenece a la recta **r** pues esta es la mediatriz del segmento **AB**. **b)** Ver al pie de la tabla.
36.	$\overline{CG}$ y $\overline{BH}$.
37.	Los puentes en los puntos de intersección de la recta r y las perpendiculares a **T**,**P** y **M**. El hospital en el punto de intersección de las mediatrices de los segmentos **TP**, **PM** y **MT**. La estación de bomberos en la intersección de la mediatriz del segmento **PM** y la recta **r**.
38.	El hospital se debe marcar en la intersección de la bisectriz del ángulo **ABC** y la mediatriz del segmento **BC**.

35. b

	I	II	III	IV
HAY UN ÚNICO PUNTO	X		X	
NO HAY PUNTOS		X		
HAY MÁS DE UN PUNTO				X

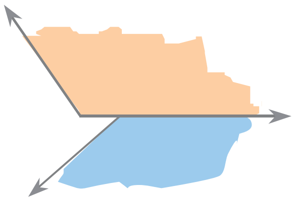
Núcleo Temático 3

RELACIONES ENTRE ÁNGULOS

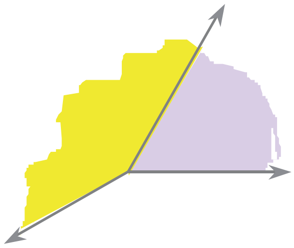


Dos ángulos son **consecutivos**
si **sólo** tienen en común el vértice y los puntos de uno de sus lados.

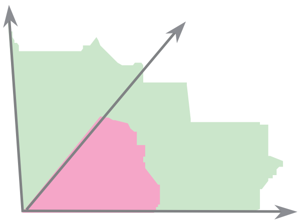
¿En qué casos los ángulos coloreados son consecutivos?

- 

En este caso los ángulos coloreados no son consecutivos, pues, por ejemplo, no tienen el vértice en común.

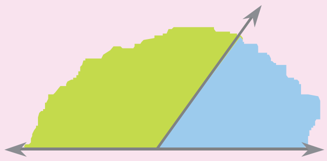
- 

En este caso sí son consecutivos, cumplen con las condiciones de la definición.

- 

Estos tampoco son consecutivos, pues tienen en común todos los puntos del ángulo rosa.

Dos ángulos son **adyacentes** si son consecutivos y el otro par de lados son semirrectas opuestas.



- ¿Cuál es suma de las medidas de dos ángulos adyacentes?

Como dos ángulos adyacentes forman un ángulo llano, la suma de sus medidas es 180º.

La **suma** de las medidas de dos **ángulos adyacentes** es **180°**.

Dos ángulos son **suplementarios** si sus medidas **suman 180°**.

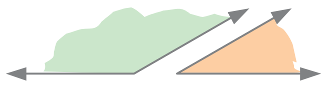
Dos ángulos son **complementarios** si sus medidas **suman 90°**.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- Los ángulos **adyacentes** son **suplementarios**.

  Es verdadera, pues suman 180º.

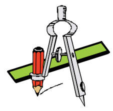
- Los ángulos **suplementarios** son **adyacentes**.

  No es verdadera, pues, por ejemplo, estos ángulos  *, son suplementarios pero no son consecutivos.*

◈ *Para que lo intentes solo...*

1. ¿Cuánto mide un suplemento de un complemento de un ángulo que mide 36º?

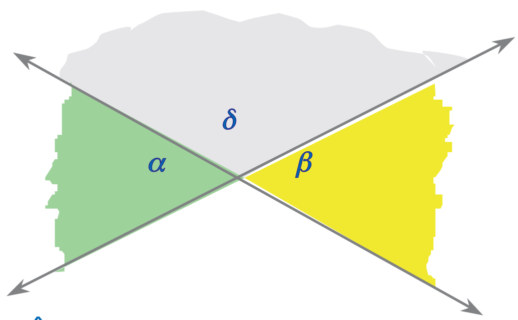
2.



a) Dibuja dos ángulos adyacentes.
b) Traza con regla y compás la bisectriz de cada uno de ellos.
c) Marca en el dibujo el ángulo que forman las bisectrices. ¿Cuánto mide?

3. Tres ángulos consecutivos forman un ángulo recto y sus medidas son tres números pares consecutivos. ¿Cuál es la amplitud de cada ángulo?

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si los lados de uno de ellos son semirrectas opuestas a los lados del otro.

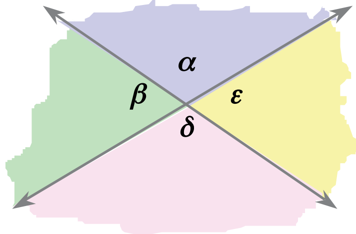


Los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice.

Observá que como $\hat{\delta}$ es adyacente a $\hat{\alpha}$ y también lo es a $\hat{\beta}$, los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son congruentes.

Los ángulos **opuestos por el vértice** son **congruentes**.

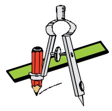
Para que lo intentes solo...



4. $|\hat{\alpha}| = 102^\circ$. Calculá las medidas $\hat{\beta}$, $\hat{\delta}$ y $\hat{\varepsilon}$.

5.

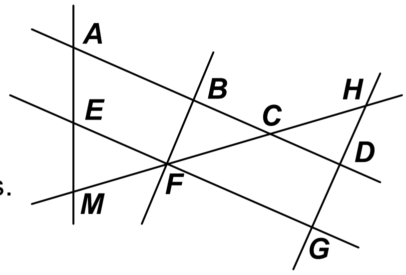
a) Dibuja dos ángulos opuestos por el vértice.
b) Traza con regla y compás la bisectriz de cada uno de ellos.
c) Marca en el dibujo el ángulo que forman las bisectrices. ¿Cuánto mide?



6. **AD** // **EF**, **BF** // **DG** y **BF** ⊥ **EF**.

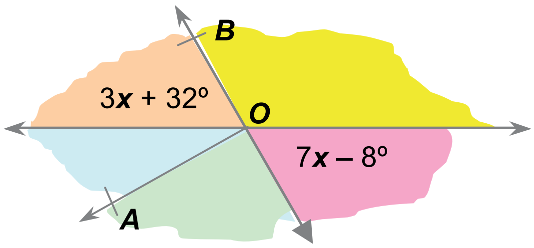
Nombrá:

a) Dos ángulos opuestos por el vértice.
b) Dos ángulos adyacentes.
c) Dos ángulos suplementarios no adyacentes.
d) Dos ángulos consecutivos no suplementarios.
e) Dos ángulos consecutivos complementarios.



7. La medida de la suma de tres ángulos consecutivos es 228º, dos de ellos son opuestos por el vértice. ¿Cuánto mide cada ángulo?

8. El ángulo $\hat{AOB}$ es recto. ¿Cuánto mide el ángulo sombreado con amarillo?



9. La medida del doble de un ángulo adyacente a $\hat{\alpha}$ es igual a la medida de $\hat{\alpha}$, incrementada en el quíntuplo de la medida de su complemento.

a) Marcá con una X la expresión que te permite calcular $|\hat{\alpha}|$

☐ $180^\circ - 2|\hat{\alpha}| = |\hat{\alpha}| + 5\,(90^\circ - |\hat{\alpha}|)$ ☐ $2\,(180^\circ - |\hat{\alpha}|) = |\hat{\alpha}| + 5\,(90^\circ - |\hat{\alpha}|)$

☐ $180^\circ - 2|\hat{\alpha}| = |\hat{\alpha}| + 90^\circ - 5\,|\hat{\alpha}|$ ☐ $2\,(180^\circ - |\hat{\alpha}|) = |\hat{\alpha}| + 90^\circ - 5\,|\hat{\alpha}|$

b) ¿Cuánto mide $\hat{\alpha}$?

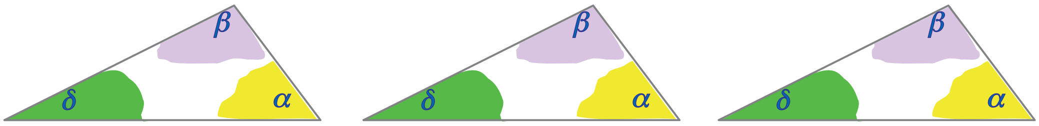
10. Dos ángulos opuestos por el vértice,

a) ¿pueden ser complementarios?
b) ¿pueden ser suplementarios?

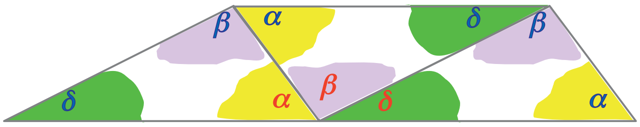
SUMA DE LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO

▶ ¿Cuál es la suma de la medida de los ángulos interiores de un triángulo?

Para averiguarlo, primero dibujemos tres triángulos congruentes y llamemos a sus ángulos interiores α, β *y* δ.



Giremos uno de los triángulos y juntémoslos de manera de formar un trapecio,

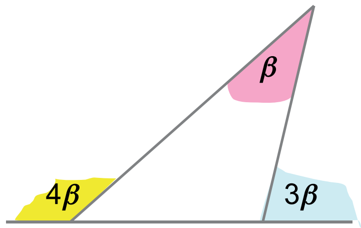


Observemos que los ángulos que notamos en rojo forman un ángulo llano. Entonces, sus medidas suman 180º.

Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier triángulo, por lo tanto,

La **suma** de la medida de los **ángulos interiores** de un **triángulo** es **180°**.

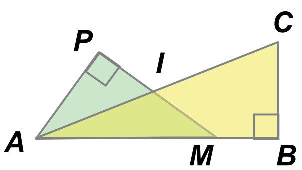
11. * Tené en cuenta los datos de la figura y calculá el **60 %** de la medida del ángulo $\hat{\beta}$.



12. Marcá con una X donde corresponda.

Un triángulo rectángulo:	**SIEMPRE**	**A VECES**	**NUNCA**
es acutángulo			
tiene dos ángulos complementarios			
es obtusángulo			
es escaleno			
es isósceles			
es equilátero			

13.

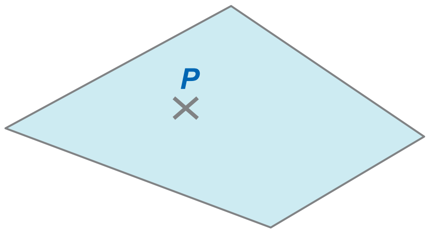


$\overrightarrow{AC} = b_z(P\hat{A}M)$, $|P\hat{I}A| = 52°$.

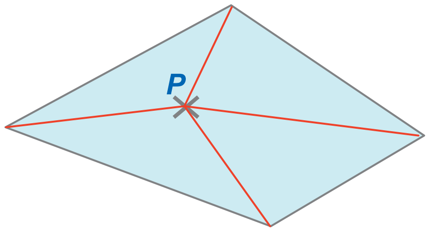
¿Cuáles son las medidas de $A\hat{C}B$ y $I\hat{M}A$?

▶ ¿Cuál es la suma de la medida de los ángulos interiores de un cuadrilátero?

*Dibujemos un cuadrilátero y marquemos uno de sus puntos interiores, llamémoslo **P**.*

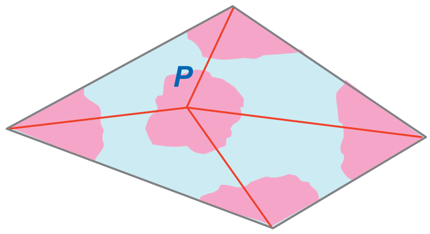


Tracemos los segmentos que tienen por extremos a P y a un vértice del cuadrilátero.



El cuadrilátero queda dividido en cuatro triángulos.

*Si queremos calcular la suma de las medidas de los ángulos interiores del cuadrilátero, lo que podemos hacer es sumar las medidas de todos los ángulos interiores de los cuatro triángulos y restarle las de los ángulos que tienen vértice en **P**. ¿Estás de acuerdo?*



Por lo tanto, 180º . 4 – 360º = 720º – 360º = 360º será el valor pedido.

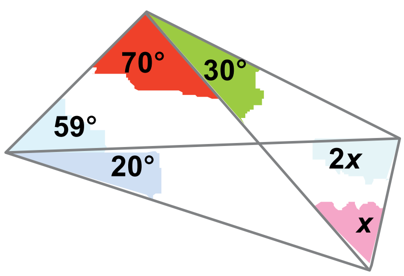
La suma de las medidas de los ángulos interiores de cada triángulo.

*La suma de las medidas de los ángulos que tienen vértice en **P**.*

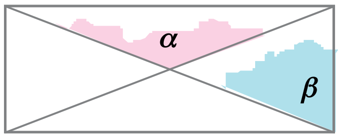
La **suma** de las medidas de los **ángulos interiores** de un **cuadrilátero** es **360º**.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

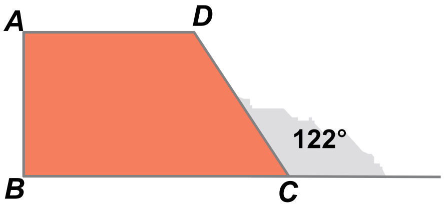
14. Calculá la medida de los ángulos interiores del cuadrilátero.



15. La figura es un rectángulo y $|\hat{\alpha}| = 110°$, ¿cuál es la medida de β?

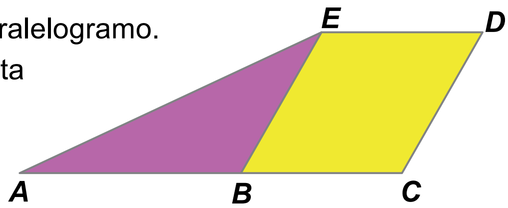


16.



ABCD es un trapecio rectángulo. Calculá la medida de los ángulos interiores del trapecio.

17. La figura está formada por un triángulo y un paralelogramo. La mediatriz de $\overline{ED}$ pasa por ***C*** y corta a la recta ***AE*** en el punto ***P***.



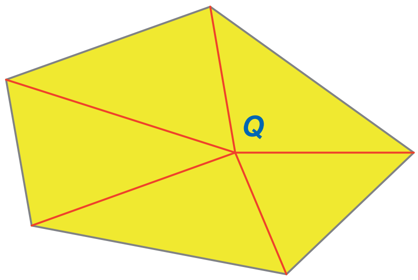
a) ¿Qué clase de cuadrilátero es ***ECDP***?

b) $\overrightarrow{EC}$ es la bisectriz de $B\hat{E}D$.
¿Qué clase de paralelogramo es el ***BCDE***?

Si $|B\hat{A}E| = 28°$, ¿cuánto miden los ángulos interiores del cuadrilátero ***CDPE***?

▶ ¿Cuál es la suma de la medida de los ángulos interiores de un pentágono?

Razonando en forma análoga, marquemos un punto Q en su interior y luego determinemos los triángulos...



El pentágono queda descompuesto en cinco triángulos.

Por lo tanto, la suma de las medidas de los ángulos interiores de un pentágono será 180º . 5 – 360º = 540º.

La **suma** de las medidas de los **ángulos interiores** de un **pentágono** es **540°**.

*Generalizando este razonamiento para un polígono de **n** lados tenemos que:*

La **suma** de las medidas de los **ángulos interiores** de un **polígono de n lados** es **180°.*n* - 360°**.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

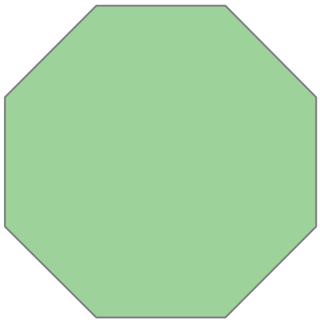
18. Si un polígono tiene 18 lados, ¿cuál es la suma de la medida de los ángulos interiores de dicho polígono?

19. Si la suma de la medida de los ángulos interiores de un polígono es 4680º, ¿cuántos lados tiene el polígono?

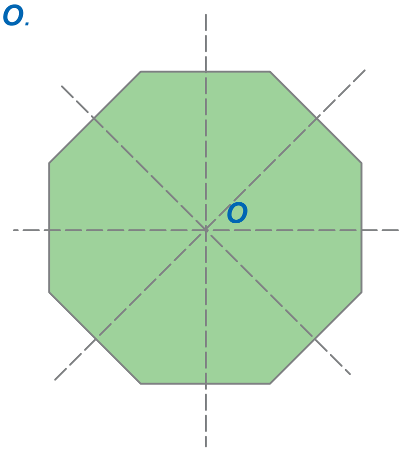
POLÍGONOS REGULARES

Un polígono es **regular** si tiene todos sus **lados** y sus **ángulos congruentes**.

El octógono dibujado es regular.

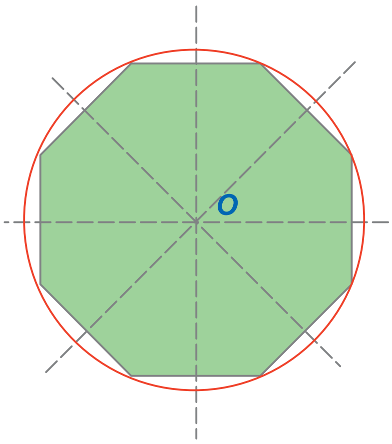


*Tracemos las mediatrices de cada uno de sus lados. Observá que se cortan en un punto, que llamaremos **O**.*



*Como **O** pertenece a las mediatrices de los lados, está a igual distancia de los extremos de dichos lados. Luego, **O** equidista de los vértices del octógono. Entonces, la circunferencia con centro **O** que pasa por uno de los vértices pasa por todos sus vértices.*

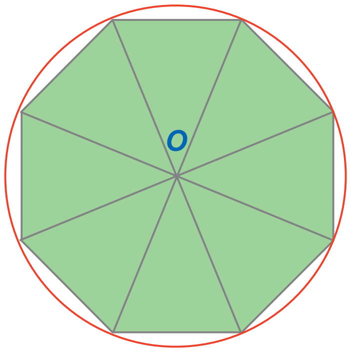
*Tracemos dicha circunferencia. Decimos que el octógono **está inscripto** en la circunferencia.*



Se dice que un polígono está **inscripto en una circunferencia** si sus vértices pertenecen a dicha circunferencia.

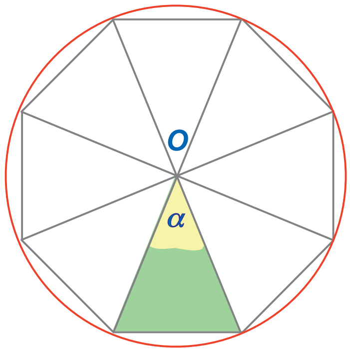
O es el **centro** del polígono regular.

*Si trazamos los segmentos que unen a **O** con cada uno de los vértices del octógono, el polígono nos queda dividido en ocho triángulos.*



Como estos segmentos que dibujamos miden lo mismo que el radio de la circunferencia, los triángulos son isósceles y congruentes entre sí.

Consideremos ahora, sólo uno de estos triángulos.

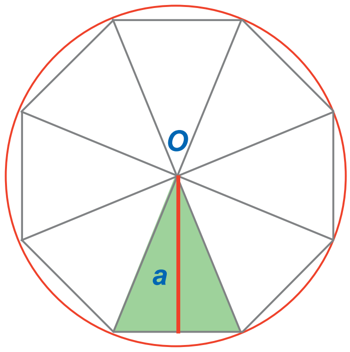


El ángulo α *que marcamos es un **ángulo central** del octógono y su medida es* $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.

En general,

> la medida de un **ángulo central** de un polígono de ***n*** lados es $\frac{360^\circ}{n}$.

*Por último, tracemos la altura desde **O** del triángulo verde.*

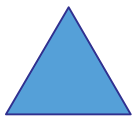
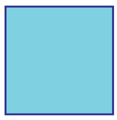
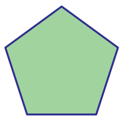
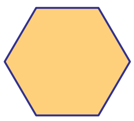
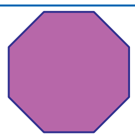


*Este segmento se llama **apotema** del polígono.*

> La medida de la **apotema** es la distancia del centro del polígono a uno de sus lados.

◈ ***Para que lo intentes solo...***

20. Completá el cuadro con los datos correspondientes a los siguientes polígonos regulares.

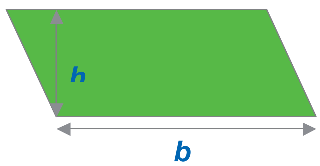
POLÍGONO	NOMBRE	Medida de un ángulo central	Suma de las medidas de sus ángulos interiores	Medida de un ángulo interior
	....	....	....	....
	....	....	....	....
	....	....	....	....
	....	....	....	....
	....	....	....	....

21. ¿Cuáles de las siguientes expresiones te permite calcular la medida de un ángulo interior de un polígono de ***n*** lados?

☐ $\frac{180.\boldsymbol{n} - 360}{360}$ ☐ $\frac{180.\boldsymbol{n} - 360}{\boldsymbol{n}}$ ☐ $360 - \frac{180}{\boldsymbol{n}}$ ☐ $180 - \frac{360}{\boldsymbol{n}}$

ÁREA DEL PARALELOGRAMO

*Busquemos el área de un paralelogramo cuya altura mide **h** y cuya base mide **b**.*

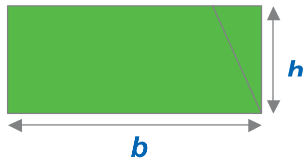


Para ello:

Descomponemos el paralelogramo en un trapecio rectángulo y en un triángulo rectángulo como muestra la figura:



Pegamos el triángulo al trapecio de manera de formar un rectángulo:



La figura obtenida es un rectángulo de igual área que el paralelogramo.

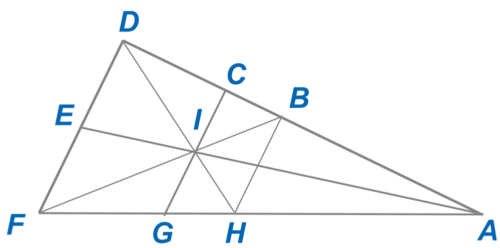
Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier paralelogramo, por lo tanto:

área paralelogramo = b . h

ALTURAS DE UN TRIÁNGULO

El segmento perpendicular a la recta que incluye a uno de los lados de un triángulo, que tiene como uno de sus extremos al vértice opuesto al mismo, es una **altura** del triángulo.

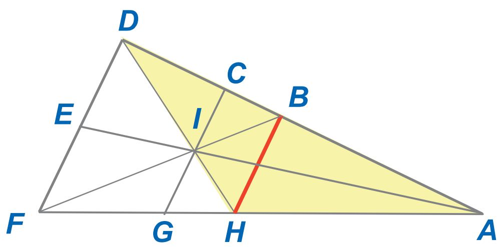
En el dibujo **HB** ⊥ **AD** y **HB** // **GC** // **FD**.



¿Cuáles de los segmentos marcados representan alturas del triángulo:

- ***ADH***?

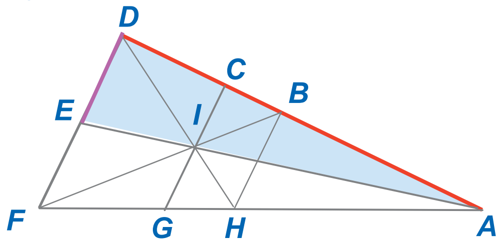
*Coloreemos el triángulo **ADH**.*



De los dibujados, el único segmento que tiene un extremo en un vértice y es perpendicular al lado opuesto, es el segmento $\overline{BH}$.

- **ADE**?

Coloreemos el triángulo **ADE**.

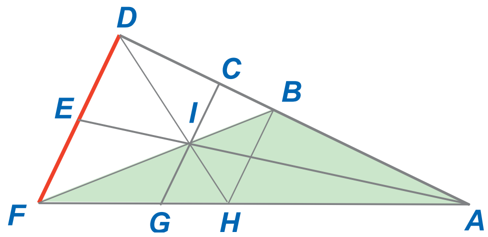


El segmento $\overline{ED}$ es la altura desde el vértice **E** respecto al lado **DA**.

El segmento $\overline{AD}$ es la altura desde el vértice **A** respecto al lado **ED**.

- **ABF**?

Coloreemos al triángulo **ABF**.

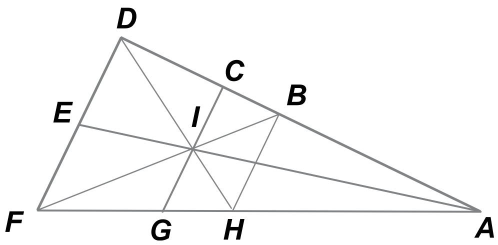


$\overline{DF}$ es perpendicular a la prolongación del lado **AB**, por lo tanto es la altura desde **F** respecto al lado **AB**.

> *Observá que:*
> en un triángulo,
> la medida de la **altura** desde un vértice al lado opuesto
> es la **distancia**
> de este vértice a la recta que incluye dicho lado.

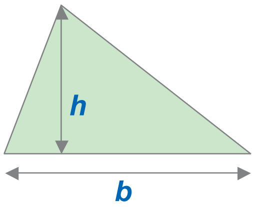
Para que lo intentes solo...

22. El segmento $\overline{AC}$, ¿de cuáles de los triángulos dibujados es una altura?



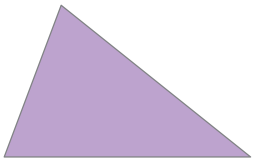
ÁREA DEL TRIÁNGULO

*Busquemos el área de un triángulo cuya altura mide **h** y cuya base mide **b**.*

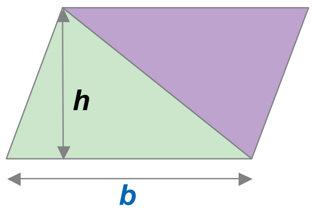


Para ello:

Dibujamos otro triángulo, congruente al dado.



Con los dos triángulos formamos un paralelogramo.



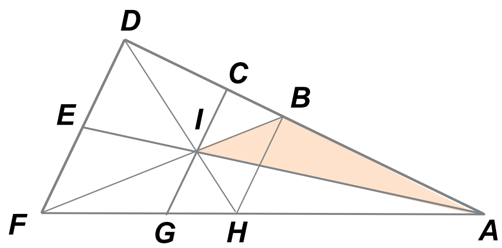
Observá que el área del triángulo es igual a la mitad del área del paralelogramo.

Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier triángulo, por lo tanto:

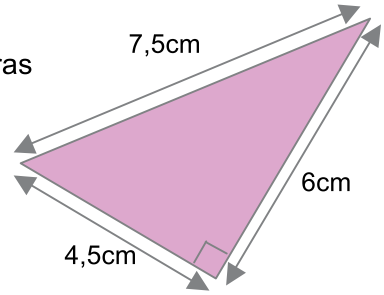
$$\text{área triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Para que lo intentes solo...

23. La distancia del punto ***I*** a la recta ***AD*** es 5cm y el área del triángulo ***ABI*** es 75cm^2. ¿Cuál es la medida del segmento $\overline{AB}$?

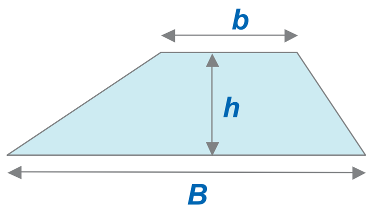


24. ¿Cuál es la medida de cada una de las alturas del triángulo rectángulo?

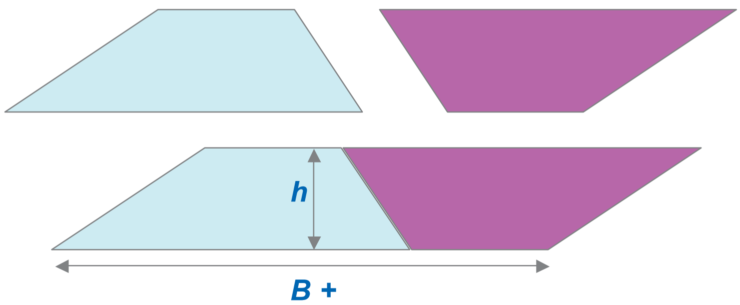


ÁREA DEL TRAPECIO

*Para obtener el área de un trapecio cuyas medidas son: base menor **b**, base mayor **B** y altura **h**,*



construimos un paralelogramo con el trapecio dado y otro congruente a él:



*El área del paralelogramo es (**B** + **b**) . **h**.*

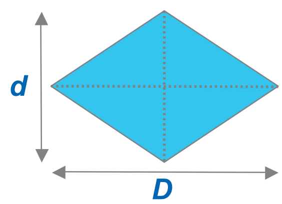
Observá que el área del trapecio es la mitad del área del paralelogramo.

Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier trapecio, por lo tanto:

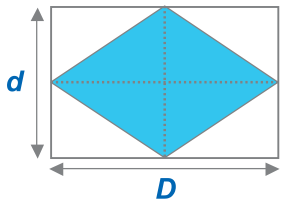
$$\text{área trapecio} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

ÁREA DEL ROMBO

*Dibujamos un rombo y llamamos **D** y **d** a las medidas de sus diagonales:*



Inscribimos el rombo en un rectángulo de lados paralelos a las diagonales:



El área del rombo es la mitad del área del rectángulo construido.

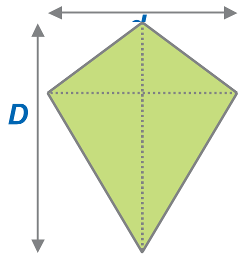
Este razonamiento lo podríamos haber hecho con cualquier rombo, por lo tanto:

$$\text{área rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$$

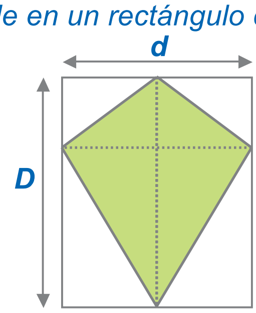
Recordá ...
Las **diagonales** de un rombo son **perpendiculares y se cortan en su punto medio**.

ÁREA DEL ROMBOIDE

*Dibujamos un romboide, llamemos **D** y **d** a las medidas de sus diagonales:*



Inscribimos el romboide en un rectángulo de lados paralelos a las diagonales:



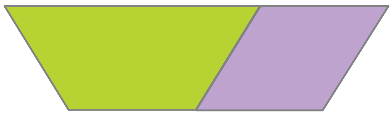
El área del romboide es la mitad del área del rectángulo construido, por lo tanto:

$$\text{área romboide} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Recordá...
Las **diagonales** de un romboide son **perpendiculares**.

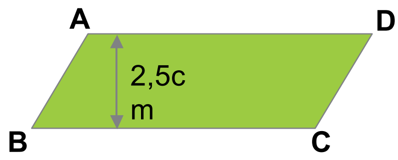
Para que lo intentes solo...

25. La figura está formada por un trapecio isósceles y un rombo. El perímetro del trapecio es 2,03dm y el perímetro de la figura es 283mm.

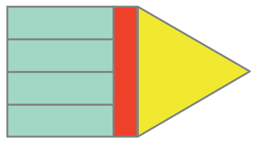


a) ¿Cuántos centímetros es el perímetro del rombo?
b) Si el área del rombo es $14cm^2$, ¿cuántos centímetros cuadrados es el área del trapecio verde?

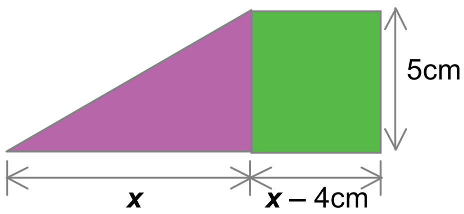
26. La distancia entre ***AD*** y ***BC*** es 2,5cm. $\left|\overline{AB}\right| = 3,75$cm y el perímetro del paralelogramo ***ABCD*** es 21,9cm. ¿Cuál es el área del paralelogramo?



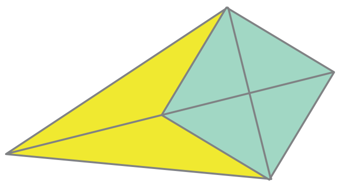
27. La figura está formada por un triángulo equilátero, por un rectángulo rojo y cuatro rectángulos verdes congruentes. Los cinco rectángulos forman un cuadrado. El perímetro de la figura es 18cm y el área de cada rectángulo verde es $2,79cm^2$. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo rojo?



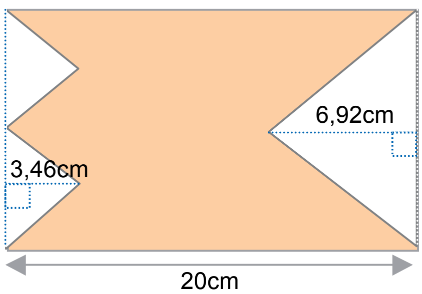
28. Cuál es el área del trapecio si el área del triángulo es igual al área del rectángulo?



29. El área del cuadrado es $50cm^2$. ¿Cuál es el área del romboide si se sabe que la longitud de una de sus diagonales es el doble de la de la otra?



30. La figura está formada por un rectángulo al que se le quitan tres triángulos equiláteros. El perímetro de la figura es 72cm. Calculá el área de la figura.



MÁS PROBLEMAS...

31. *La medida del opuesto por el vértice de un ángulo α es igual al doble de la medida de su suplemento.

a) Marcá con una X la ecuación que te permite calcular $|\hat{\alpha}|$.

☐ $|\hat{\alpha}| = 2\,(90° - |\hat{\alpha}|)$ ☐ $|\hat{\alpha}| + 2\,(180° - |\hat{\alpha}|) = 180°$

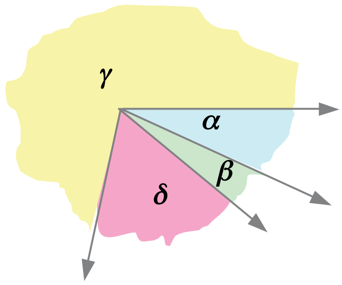
☐ $|\hat{\alpha}| = 2\,(180° - |\hat{\alpha}|)$ ☐ $|\hat{\alpha}| + 2\,(90° - |\hat{\alpha}|) = 180°$

b) ¿Cuánto mide $\hat{\alpha}$?

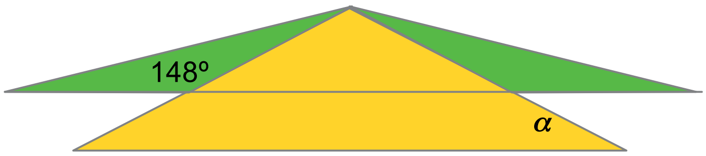
32.

- δ es el 25% de γ
- β es el 25% de δ
- α es el 150% de β

¿Cuál es la medida de cada ángulo coloreado?

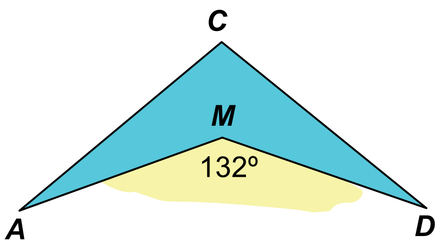


33. El triángulo naranja es isósceles y los triángulos verdes son isósceles y congruentes. ¿Cuánto mide $\hat{\alpha}$?

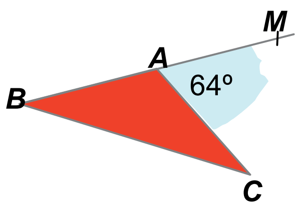


34. $|C\hat{D}M| = 12°$ y ***CM*** es mediatriz de $\overline{AD}$.

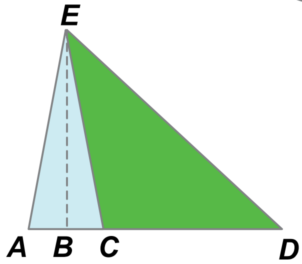
Hallá la medida de $A\hat{C}D$.



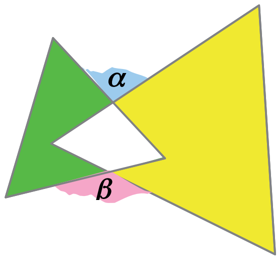
35. El triángulo **ABC** es isósceles. La semirrecta opuesta a la bisectriz de $M\hat{A}C$ corta a la bisectriz de $A\hat{C}B$ en ***P***.
El triángulo ***APC***, ¿es escaleno, isósceles o equilátero?
¿Por qué?



36. Los triángulos ***ACE*** y ***BDE*** son isósceles.
$\overline{BE}$ es una altura del triángulo ***CDE***.
$|A\hat{E}C| = 2x - 28°$ y $|E\hat{C}D| = 3x$.
¿Cuáles son las medidas de los ángulos interiores del triángulo ***CDE***?



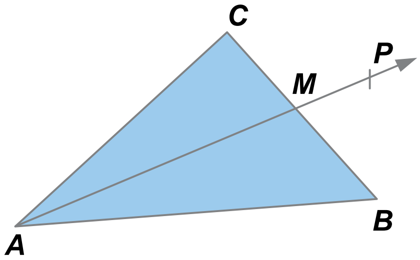
37.



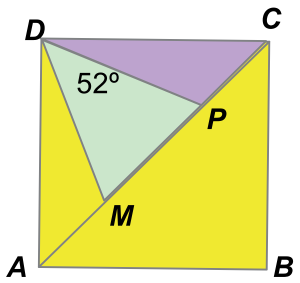
Los triángulos dibujados son equiláteros.
Si $|\hat{\alpha}| = 110°$, ¿cuál es la amplitud de $\hat{\beta}$?

38. * $\overrightarrow{AP} = b_z(C\hat{A}B)$, $|C\hat{M}P| = 108°$ y $|M\hat{A}B| = 17°$.

a) Calculá la medida del ángulo **ACB**.
b) ¿El triángulo **ABC** es rectángulo? ¿Por qué?

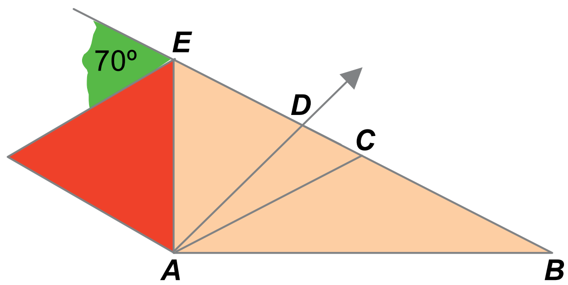


39.

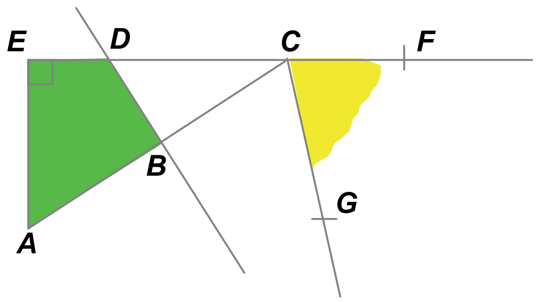


ABCD es un cuadrado.
D pertenece a la mediatriz de $\overline{MP}$.
Calculá las medidas de los ángulos interiores del triángulo ***PCD***.

40. El triángulo ***AEF*** es equilátero y el triángulo ***ABE*** rectángulo.
$\overrightarrow{AD}$ es la bisectriz de $E\hat{A}B$ y
C está sobre la mediatriz de $\overline{AB}$.
Calculá la medida de los ángulos interiores del triángulo ***ACD***.



41. $\overrightarrow{CG} = b_z(B\hat{C}F)$, $DB = m_z(\overline{AC})$ $|G\hat{C}F| = 75°$. Calculá la medida de los ángulos interiores del cuadrilátero ***ABDE***.



42. En las siguientes afirmaciones, marcá con una X **la única** respuesta correcta.

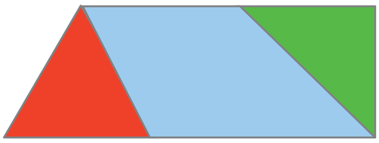
a) El doble de la medida de un ángulo α más la mitad de su complemento es 135º.
La medida del ángulo α es:

☐ 90º ☐ 36º ☐ 60º ☐ 30º ☐ 105º

b) En un polígono regular de ***n*** lados, la suma de sus ángulos interiores es 1080º.
La medida de un ángulo central es:

☐ 120º ☐ 45º ☐ 72º ☐ 60º ☐ 90º

43. La figura es un trapecio rectángulo, formado por un triángulo equilátero rojo, un triángulo rectángulo isósceles verde y un trapecio celeste. Calculá la medida de los ángulos interiores del trapecio celeste.

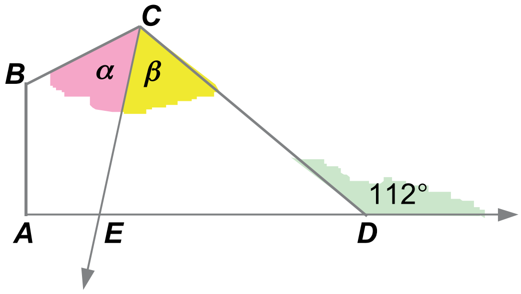


44. * En la figura $B\hat{A}D$ es recto,

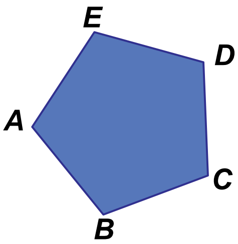
$\overrightarrow{CE}$ es la bisectriz de $B\hat{C}D$,

$|\hat{\alpha}| = 2x - 12°$, $|\hat{\beta}| = \frac{4}{5}x + 12°$.

Calculá la medida de los ángulos interiores del cuadrilátero ***ABCD***.



45.

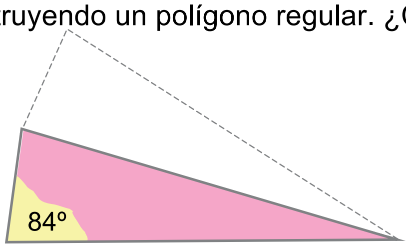


ABCDE es un pentágono regular.

a) Calculá la medida de los ángulos interiores de los polígonos:
   i. ***ABCD***.   ii. ***BCE***.

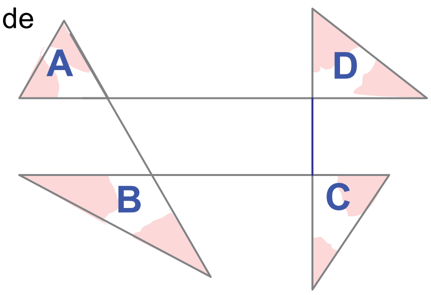
b) Si ***M*** es el punto en que se cortan las rectas ***AB*** y ***CD***, ¿cuánto mide el ángulo $A\hat{M}E$?

46. Matilde está construyendo un polígono regular. ¿Cuántos lados tendrá el polígono?



47.

a) ¿Cuál es la medida de la suma de los ángulos coloreados?



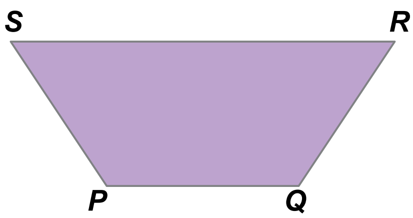
b) Si el triángulo **A** es equilátero,
el triángulo **B** es isósceles y
los triángulos **C** y **D** son rectángulos, calculá la medida de los ángulos interiores del triángulo **B**.

48. ****PQRS*** es un trapecio isósceles.

P está sobre la bisectriz de $Q\hat{R}S$.

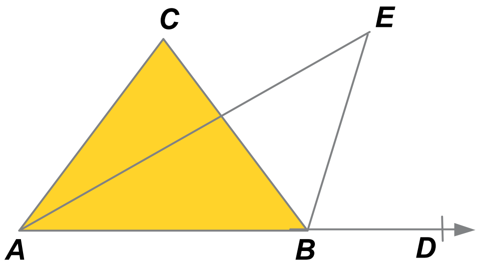
$|S\hat{R}P| = 28°$.

Calcula la medida de $P\hat{S}R$ y $P\hat{Q}R$.

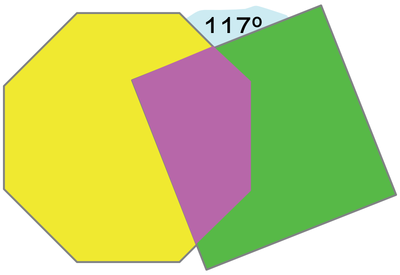


49. * En la figura *ABC* es un triángulo isósceles y las semirrectas $\overrightarrow{AE}$ y $\overrightarrow{BE}$ son bisectrices de los ángulos $C\hat{A}B$ y $C\hat{B}D$ respectivamente. $|\overline{AC}| = |\overline{BC}|$ y $|A\hat{C}B| = 70°$.

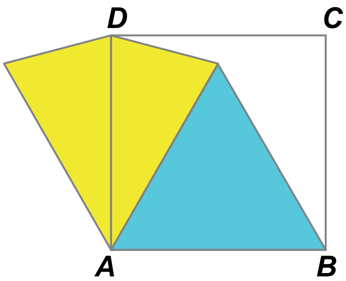
Hallá la medida del ángulo $A\hat{E}B$.



50. La figura está formada por un octógono regular y un cuadrado superpuestos. ¿Cuáles son las medidas de los ángulos interiores del pentágono violeta?



51. *ABCD* es un cuadrado.
El triángulo celeste es equilátero.
Calculá las medidas de los ángulos interiores del romboide amarillo.



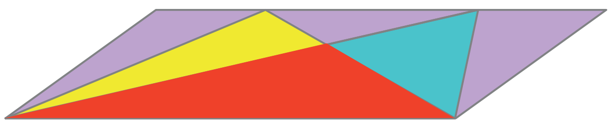
52. El área de un cuadrado cuya diagonal mide 3***a*** es 18cm². ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado mide 5***a***?

53. La distancia de uno de los vértices de un paralelogramo a la recta que contiene a uno de sus lados más largos, es 7cm. La medida de dos lados consecutivos del paralelogramo difieren en 2cm. Si el perímetro del paralelogramo es 49cm, ¿cuántos cm² mide su superficie?

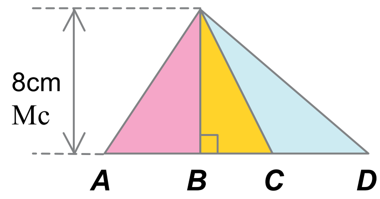
54. Un terreno rectangular tiene 4 hectáreas de superficie. El ancho del terreno mide el 25% de su largo. Perpendicularmente al largo lo atraviesa un camino de 0,06hm de ancho. ¿Qué porcentaje del terreno ocupa el camino?

1 hectárea = 1 hm²

55. El área del paralelogramo es 48cm² y el área del triángulo celeste es la mitad que la del rojo. ¿Cuál es el área del triángulo amarillo?



56. El área del triángulo naranja es el 60% del área del triángulo rosa. El área del triángulo celeste supera al 45% del área del naranja en 11,4cm^2. La longitud de $\overline{AD}$ es 12,2cm. ¿Cuál es la longitud de $\overline{BC}$?

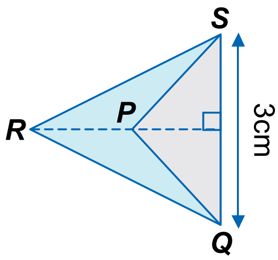


57. En un trapecio rectángulo el doble de la medida de la base menor supera a la de la base mayor en 13cm y la altura mide 18cm. Además se sabe que la medida de la base menor es a la de la base mayor como la medida de la altura es a 28,8cm.

a) Calculá el área del trapecio.

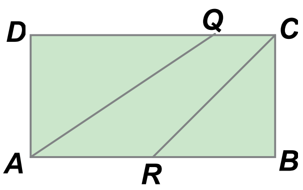
b) Si se traza una de las diagonales, ¿cuál es el área de cada uno de los triángulos determinados?

58.



El triángulo ***RQS*** es isósceles.
El área de la parte celeste es 3,6cm^2.
¿Cuál es la medida de $\overline{RP}$?

59.



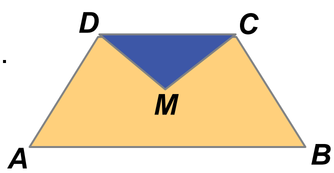
El área del rectángulo ***ABCD*** es 242cm^2.
El lado mayor del rectángulo mide el doble que el lado menor del mismo.

R es el punto medio de $\overline{AB}$ y $|\overline{QC}| = \frac{1}{4}|\overline{DC}|$.

Calculá el área del trapecio ***ARCQ***.

60. ***ABCD*** es un trapecio. $|\overline{AB}| = 108\text{cm}$ y $|\overline{DC}| = 50\%$ de $|\overline{AB}|$.

El área de la figura naranja es 1377cm^2.
La distancia de ***M*** a ***DC*** es la mitad de la medida de la altura del trapecio. ¿Cuál es el área del trapecio?



61. En un romboide cuyas diagonales miden ***D*** y ***d***, se sabe que $\frac{D}{2} = 140\%$ de ***d***.

a) ¿Cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular el área del romboide?

☐ $\frac{d \,.\, 1{,}4d}{2}$ ☐ $\frac{2{,}8d \,.\, d}{2}$ ☐ $\frac{d \,.\, 2{,}8}{2}$ ☐ $1{,}4d^2$

b) Si la suma de las medidas de las dos diagonales es 22,8dm, ¿cuántos cm^2 mide el área romboide?

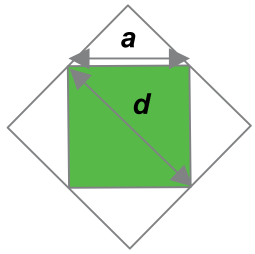
62. Las diagonales de un rombo miden 15cm y 8cm. Si la medida de la diagonal mayor disminuye un 5% y la de la menor aumenta un 10%, en qué porcentaje aumenta o disminuye el área del rombo?

63.

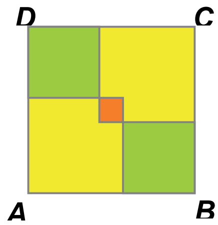
a) ¿Cuál es la relación entre el lado ***a*** y la diagonal ***d*** de un cuadrado?
Marcá con una X las opciones correctas.

☐ $a^2 = 2d^2$ ☐ $d^2 = a^2$ ☐ $d^2 = 2a^2$

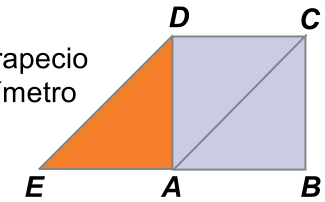
☐ $d^2 = 4a^2$ ☐ $a^2 = \frac{d^2}{2}$



b) Si la longitud del lado es 4cm, ¿cuál es la longitud de la diagonal?

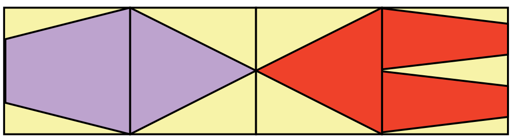


64. * La suma de las áreas de los dos cuadrados verdes y el cuadrado marrón es $19cm^2$. Los cuadrados verdes son congruentes y el área de cada uno de ellos es nueve veces la del marrón. Calculá la medida de la diagonal del cuadrado ***ABCD***.



65. ***ABCD*** es un cuadrado. El área del trapecio ***EBCD*** es $26,46cm^2$. ¿Cuál es el perímetro del paralelogramo ***EACD***?

66. El rectángulo está formado por cuatro cuadrados congruentes. El perímetro del rectángulo es 20***a***.



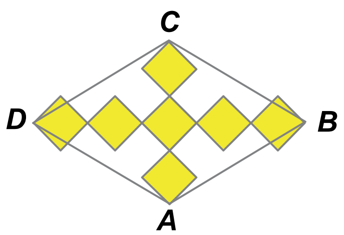
a) La figura lila está formada por un triángulo isósceles y un trapecio isósceles. La base menor del trapecio mide la mitad de la base mayor. Marcá con una X la expresión que te permite calcular el área de la figura lila.

☐ $8a^2$ ☐ $5a^2$ ☐ $\frac{5}{4}a^2$ ☐ $10a^2$

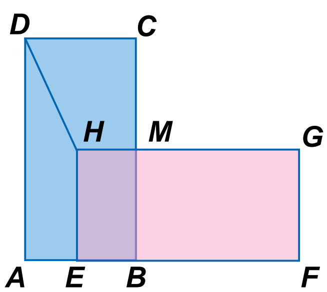
b) La figura roja está formada por un triángulo isósceles y dos trapecios isósceles congruentes. La base menor del trapecio mide la mitad de la mayor. ¿Cuál de las dos superficies, la roja o la lila, tiene mayor área?

c) Si ***a*** = 3,52cm, calculá el área de la zona amarilla.

67.



La figura amarilla está formada por cuadrados congruentes. El perímetro de la figura amarilla es140cm. ¿Cuál es el área del rombo ***ABCD***?



68. ***ABCD*** y ***EFGH*** son dos rectángulos congruentes.
E es el punto medio de $\overline{AB}$.
M es el punto medio de $\overline{BC}$.
El área del trapecio ***HMCD*** es $48cm^2$.
¿Cuántos cm es el perímetro del rectángulo ***BFGM***?

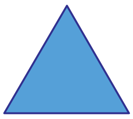
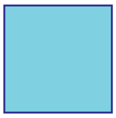
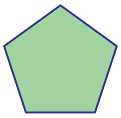
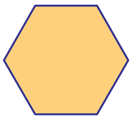
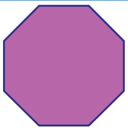
Respuestas del bloque 5

1.	126°
2.	
3.	28º, 30º. y 32º
4.	$\lvert\hat{\beta}\rvert = 78^{\circ}$, $\lvert\hat{\delta}\rvert = 102^{\circ}$ y $\lvert\hat{\varepsilon}\rvert = 78^{\circ}$
5.	
6.	**a)** $H\hat{C}D$ y $B\hat{C}F$ **b)** $E\hat{F}C$ y $C\hat{F}G$ **c)** $H\hat{C}D$ y $C\hat{F}E$ **d)** $E\hat{F}B$ y $B\hat{F}C$ **e)** $B\hat{F}C$ y $C\hat{F}G$
7.	48º, 132º y 48º
8.	118º
9.	**a)** $2\left(180^{\circ} - \lvert\hat{\alpha}\rvert\right) = \lvert\hat{\alpha}\rvert + 5\left(90^{\circ} - \lvert\hat{\alpha}\rvert\right)$ **b)** 45º
10.	**a)** Sí, si cada uno mide 45º **b)** Sí, si cada uno mide 90º
11.	18º
12.	Ver al pie de la tabla
13.	$\lvert A\hat{C}B\rvert = 52^{\circ}$ y $\lvert I\hat{M}A\rvert = 14^{\circ}$
14.	Los ángulos interiores miden: 100°; 79°; 74°; 107°
15.	55°
16.	$\lvert\hat{A}\rvert = \lvert\hat{B}\rvert = 90^{\circ}$, $\lvert B\hat{C}D\rvert = 58^{\circ}$, $\lvert\hat{D}\rvert = 122^{\circ}$
17.	**a)** Es un romboide **b)** ES un rombo **c)** $\lvert D\hat{P}E\rvert = 124^{\circ}$, $\lvert P\hat{E}C\rvert = \lvert C\hat{D}P\rvert = 88^{\circ}$ y $\lvert E\hat{C}D\rvert = 60^{\circ}$
18.	2880°
19.	28 lados
20.	Ver al pie de la tabla
21.	$\dfrac{180.n - 360}{n}$; $180 - \dfrac{360}{n}$
22.	De los triángulos ***ACG*** y ***ACI***
23.	30cm
24.	4,5cm; 6cm y 3,6cm
25.	**a)** 16cm **b)** 21,53cm^2
26.	18cm^2
27.	8,2cm
28.	40cm^2
29.	100cm^2
30.	236,96cm^2

12.

Un triángulo rectángulo:	SIEMPRE	A VECES	NUNCA
es acutángulo			X
tiene dos ángulos complementarios	X		
es obtusángulo			X
es escaleno		X	
es isósceles		X	
es equilátero			X

20.

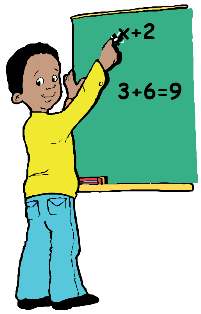
POLÍGONO	NOMBRE	Medida de un ángulo central	Suma de las medidas de sus ángulos interiores	Medida de un ángulo interior
	TRIÁNGULO EQUILÁTERO	120º	180º	60º
	CUADRADO	90º	360º	90º
	PENTÁGONO REGULAR	72º	540º	108º
	EXÁGONO REGULAR	60º	720º	120º
	OCTÓGONO REGULAR	45º	1080º	135º

31.	**a)** $\lvert\hat{\alpha}\rvert = 2\,(180° - \lvert\hat{\alpha}\rvert)$ **b)** 120°
32.	$\lvert\hat{\alpha}\rvert = 24°$, $\lvert\hat{\beta}\rvert = 16°$, $\lvert\hat{\delta}\rvert = 64°$ y $\lvert\hat{\gamma}\rvert = 256°$
33.	32º
34.	$\lvert A\hat{C}D\rvert = 108°$
35.	Es isósceles, pues $\lvert P\hat{A}C\rvert = 148°$ y $\lvert A\hat{C}P\rvert = \lvert A\hat{P}C\rvert = 16°$
36.	$\lvert E\hat{C}D\rvert = 114°$, $\lvert C\hat{D}E\rvert = 45°$ y $\lvert C\hat{E}D\rvert = 21°$
37.	130º
38.	**a)** $\lvert A\hat{C}B\rvert = 91°$ **b)** No, pues tiene un ángulo obtuso
39.	$\lvert D\hat{P}C\rvert = 116°$, $\lvert P\hat{C}D\rvert = 45°$ y $\lvert C\hat{D}P\rvert = 19°$
40.	$\lvert D\hat{A}C\rvert = 5°$, $\lvert A\hat{C}D\rvert = 80°$ y $\lvert C\hat{D}A\rvert = 95°$
41.	$\lvert A\hat{B}D\rvert = 90°$, $\lvert B\hat{D}E\rvert = 120°$, $\lvert D\hat{E}A\rvert = 90°$ y $\lvert E\hat{A}B\rvert = 60°$
42.	**a)** 60º **b)** 45º
43.	120º, 45º, 135º y 60º
44.	$\lvert A\hat{D}C\rvert = 68°$, $\lvert D\hat{C}B\rvert = 56°$, $\lvert C\hat{B}A\rvert = 146°$ y $\lvert B\hat{A}D\rvert = 90°$
45.	**a) i.** $\lvert D\hat{A}B\rvert = \lvert C\hat{D}A\rvert = 72°$ y $\lvert A\hat{B}C\rvert = \lvert B\hat{C}D\rvert = 108°$ **ii.** $\lvert E\hat{B}C\rvert = \lvert B\hat{C}E\rvert = 72°$ y $\lvert C\hat{E}B\rvert = 36°$ **b)** 18º

46.	30 lados
47.	**a)** 360º **b)** 30º, 30º y 120º
48.	$\left|\hat{PSR}\right| = 56º$ y $\left|\hat{PQR}\right| = 124º$
49.	35º
50.	63º, 135º, 135º, 117º y 90º
51.	60º, 75º, 150º y 75º
52.	100 cm^2
53.	92,75cm^2.
54.	1,5%.
55.	8cm^2.
56.	3cm.
57.	**a)** 760,5cm^2 **b)** 292,50cm^2 y 468cm^2.
58.	2,4cm
59.	90,75cm^2
60.	1652,4cm^2
61.	**a)** $\frac{2{,}8\boldsymbol{d}\ .\boldsymbol{d}}{2}$; $1{,}4\boldsymbol{d}^2$ **b)** 50,4cm^2
62.	Aumenta en un 4,5%
63.	**a)** $\boldsymbol{d}^2 = 2\ \boldsymbol{a}^2$; $\boldsymbol{a}^2 = \frac{\boldsymbol{d}^2}{2}$ **b)** 5,66cm
64.	9,9cm
65.	20,28cm
66.	**a)** $5\boldsymbol{a}^2$ **b)** Las dos tienen la misma área, $5\boldsymbol{a}^2$ **c)** 74,34cm^2
67.	375cm^2
68.	40cm

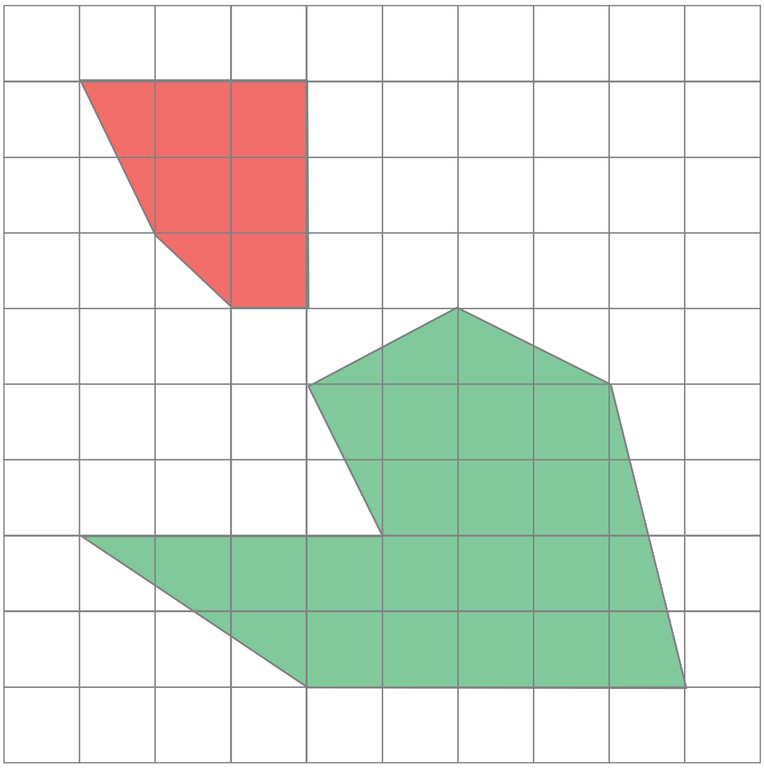
Núcleo Temático 3

UNIDADES DE SUPERFICIE



Si tomamos como unidad de medida el cuadrado ☐ , la figura roja mide 6,5 unidades y la figura verde 22 unidades.

¿Estás de acuerdo?



- El cuadrado ☐ tiene 1cm de lado, representa un **centímetro cuadrado.**

¿Cuántos **cm^2** mide cada figura coloreada?

La figura roja mide $6{,}5cm^2$ y la figura verde $22cm^2$.

> Un **centímetro cuadrado** es un cuadrado de un centímetro de lado.

El cuadrado grande es un cuadrado de 1dm de lado, representa un **decímetro cuadrado**.

- ¿Cuántos **cm^2** es un **dm^2**?

Como el cuadrado grande está formado por 100 cuadraditos y cada cuadradito es un centímetro cuadrado, entonces $1dm^2 = 100cm^2$.

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

▶ ¿Cuántos **dm^2** es un **cm^2**?

Como un cuadradito es la centésima parte del cuadrado grande, entonces $1cm^2 = \frac{1}{100} dm^2$

$1\ cm^2 = 0{,}01\ dm^2$

Para que lo intentes solo...

1. ¿Cuántos **dm^2** mide cada una de las figuras coloreadas?

En el **Sistema Métrico Legal Argentino** (SIMELA)
la unidad de **medida de superficie es el metro cuadrado.**

Un **metro cuadrado** es un cuadrado de un metro de lado.

			UNIDAD			
kilómetro cuadrado	hectómetro cuadrado	decámetro cuadrado	**metro cuadrado**	decímetro cuadrado	centímetro cuadrado	milímetro cuadrado
$1\ km^2$	$1\ hm^2$	$1\ dam^2$	$1\ m^2$	$1\ dm^2$	$1\ cm^2$	$1\ mm^2$
$1000000\ m^2$	$10000\ m^2$	$100\ m^2$	$1\ m^2$	$0{,}01\ m^2$	$0{,}0001\ m^2$	$0{,}000001\ m^2$

Para que lo intentes solo...

2. ¿Cuántos decímetros cuadrados le sobra o le falta a cada cantidad para llegar al metro cuadrado?

a) $1200cm^2$

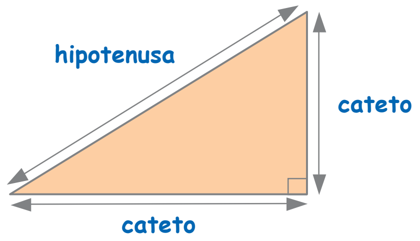
b) $12000mm^2$

c) $0{,}0120km^2$

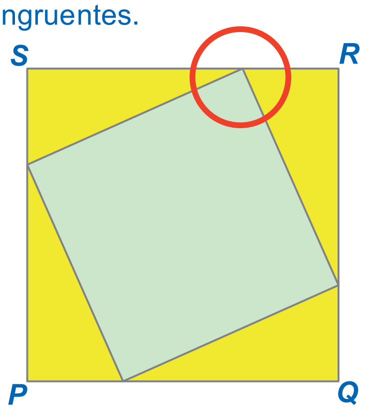
d) $1{,}2dam^2$

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo el lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa** y los otros dos lados se llaman **catetos**.



Todos los triángulos amarillos que aparecen en los dibujos son triángulos rectángulos congruentes.



- El cuadrilátero ***PQRS*** es un cuadrado. ¿Por qué?

La medida de cada lado del cuadrilátero es igual a la suma de las medidas de los catetos de un triángulo amarillo, por lo tanto los cuatro lados miden lo mismo.

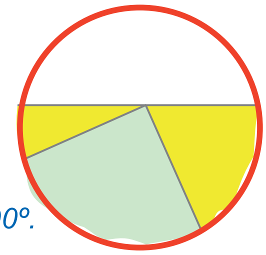
Además, los cuatro ángulos del cuadrilátero son rectos pues los triángulos amarillos son rectángulos.

*Luego el cuadrilátero **PQRS** es un cuadrado pues tiene los cuatro lados y cuatro ángulos congruentes.*

- El cuadrilátero verde es un cuadrado. ¿Por qué?

Es claro que los cuatro lados son congruentes, pues son las hipotenusas de los triángulos amarillos.

Detengámonos en uno de los ángulos verdes.

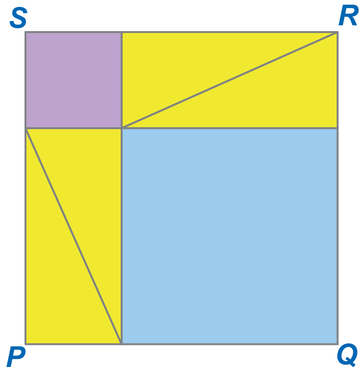


Observando el círculo ampliado, vemos que el ángulo verde y los dos amarillos forman un ángulo llano, por lo tanto sus medidas suman 180º. Las medidas de los ángulos amarillos corresponden a la de los ángulos no rectos de un triángulo amarillo, o sea, suman 90º. Entonces el ángulo verde medirá 90º (180º – 90º).

Este razonamiento lo podemos hacer con cualquiera de los cuatro ángulos del cuadrilátero verde.

Finalmente, el cuadrilátero verde es un cuadrado, pues tiene los cuatro lados y cuatro ángulos congruentes.

*Si reordenamos los triángulos dentro del cuadrado **PQRS** como muestra el dibujo, nos quedan además dos cuadriláteros, que, observando con atención la figura, podemos deducir que también son cuadrados.*



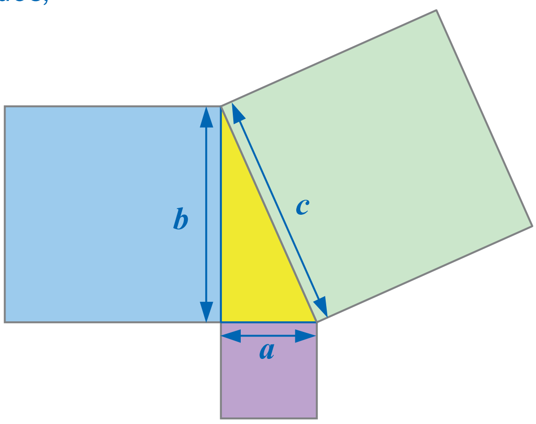
- ¿Que relación hay entre el área de estos cuadrados (el celeste y el violeta) y la del cuadrado verde?

*Si al área del cuadrado **PQRS** le restamos el área de los cuatro triángulos amarillos, nos da la suma de las áreas de los cuadrados violeta y celeste.*

Por otro lado, si miramos la figura de la página anterior, vemos que para obtener el área del cuadrado verde tenemos que hacer el mismo cálculo.

*Entonces, **la suma de las áreas de los cuadrados violeta y celeste es igual al área del cuadrado verde.***

Como las medidas de los lados de los cuadrados celeste y violeta son iguales a las de los catetos de los triángulos amarillos y la medida del lado de cuadrado verde es igual a la de la hipotenusa, podemos dibujar sobre los lados de uno los triángulos amarillos estos cuadrados,

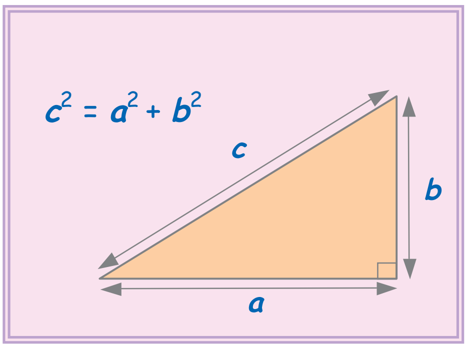


y se cumple que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Tenemos entonces que $c^2 = a^2 + b^2$

Si este mismo razonamiento lo hacemos con cualquier otro triángulo rectángulo, la relación que se cumple es la misma.

*A esta propiedad se la conoce con el nombre de **Teorema de Pitágoras**.*



◈ ***Para que lo intentes solo...***

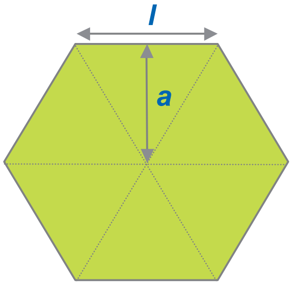
3. Completá la tabla sabiendo que en cada caso ***a*** y ***b*** son los catetos de un triángulo rectángulo y ***c*** su hipotenusa.

a **(cm)**	***b*** **(cm)**	***c*** **(cm)**	**perímetro (cm)**	**área (cm^2)**
7	24			
2,5		6,5		
	5,2	6,5		
15				150

4. La altura de un triángulo equilátero mide 4,33cm. ¿Cuántos centímetros mide el perímetro del triángulo?

ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

El polígono dibujado es un exágono regular.



Al exágono lo podemos descomponer en seis triángulos congruentes. El área de cada uno de estos triángulos es $\frac{l \cdot a}{2}$. *Luego, el área del exágono será* $6 \cdot \frac{l \cdot a}{2}$, *pero como* $6 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot l \cdot a}{2}$ *y 6.* ***l*** *es el perímetro del exágono, entonces* ***el área del exágono regular es*** $\frac{\textbf{perímetro} \cdot \textbf{apotema}}{2}$.

Este mismo razonamiento se podría haber hecho para cualquier otro polígono regular.

En general,

$$\text{área polígono regular} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

◈ ***Para que lo intentes solo...***

5. ¿Cuántos centímetros mide el lado de un octógono regular de 375,2cm^2 de área y 134mm de apotema?

6. En un exágono y en un pentágono regulares sus apotemas miden 22,02cm. El área del pentágono es 1761,43cm^2. ¿Cuál de los dos polígonos tiene mayor perímetro?

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

Ya has trabajado con la circunferencia y el círculo, ahora profundizaremos estos conceptos.



▶ Maia, Sofía y Ariel midieron el diámetro y el perímetro de la base (longitud de la circunferencia) de tres latas de conservas de distintos tamaños. Los resultados obtenidos los volcaron en la siguiente tabla:

	longitud de la circunferencia (**c**)	diámetro de la circunferencia (**d**)	razón = **c/d**
Maia	20,4cm	6,5cm	3,138461538...
Sofía	25,8cm	8,2cm	3,146341463...
Ariel	22cm	7cm	3,142857143....

Repetí la experiencia con una lata de base circular que tengas en tu casa y observarás que la razón que obtengas se parecerá a la de los chicos.

Al medir se cometen errores, los resultados obtenidos son siempre aproximados. Observá que los valores de las razones son parecidos. Si las mediciones se hicieran con más precisión las diferencias serían menores, se parecerían más aún al número 3,14159265.....

Cualquiera sea la circunferencia, la razón entre su longitud y su diámetro es siempre este número, los griegos lo llamaron π. Es un número que tiene infinitas cifras decimales no periódicas, para los cálculos lo aproximaremos a los centésimos, $\pi \cong 3,14$.

Por lo tanto,

$$\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro de la circunferencia}}$$

Entonces,

longitud de la circunferencia = diámetro de la circunferencia . π

longitud de la circunferencia = $d \cdot \pi$

ó

longitud de la circunferencia = $2 \cdot r \cdot \pi$

d = diámetro r = radio

◈ ***Para que lo intentes solo...***

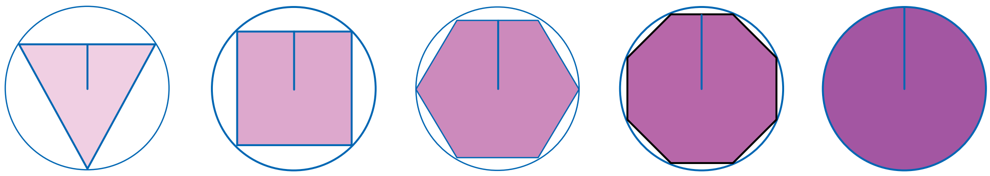
7. Completá la tabla.

radio	diámetro	longitud de la circunferencia
5cm	..........dm	..........mm
.........km	8hm	..........m
..........cm	..........dam	18,84m

8. Marisa quiere cambiar la cinta que rodea un mantel circular. La cinta que tiene no le alcanza para cubrir todo el contorno y debe comprar 164,85cm más que representan el 35% del total. ¿Cuántos metros mide el diámetro del mantel?

ÁREA DEL CÍRCULO

Los polígonos son regulares y están inscriptos en circunferencias de igual radio.



Observá que se cumple:

área triángulo < área cuadrado < área exágono < área octógono < área círculo

Si tuviéramos un polígono regular de 25 lados su área sería aún más próxima a la del círculo que la del octógono; si el polígono fuera de 87 lados su área se aproximaría todavía más a la del círculo.

A medida que aumenta el número de lados del polígono:

- *el área del polígono se aproxima al área del círculo.*
- *el perímetro del polígono se aproxima a la longitud de la circunferencia.*
- *la apotema del polígono se aproxima al radio de la circunferencia.*

Recordemos que:

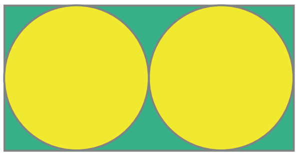
$$\text{área polígono regular} = \frac{\text{perímetro . apotema}}{2}, \text{ luego,}$$

$$\textbf{área círculo} = \frac{\text{longitud de la circunferencia . radio}}{2} = \frac{2\,.\,\pi\,.\,r\,.\,r}{2} = \pi\,.\,r^2$$

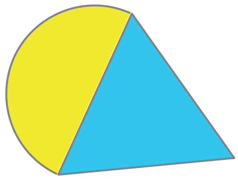
área círculo = π . r^2

◈ *Para que lo intentes solo...*

9. Si la longitud de una circunferencia es 43,96cm, ¿cuál es el área del círculo correspondiente?



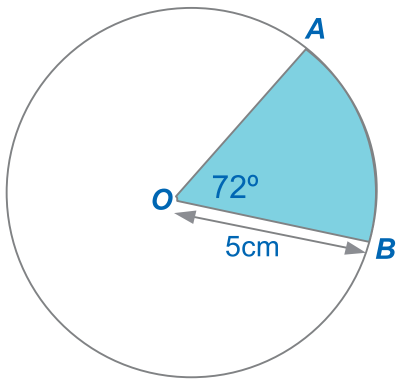
10. Las figuras amarillas son congruentes.
   a) ¿Qué porcentaje del rectángulo está sombreado de verde?
   b) La diagonal del rectángulo es 6,71cm, ¿cuánto mide el área de la parte verde?



11. La figura está formada por un triángulo equilátero y un semicírculo. Si el perímetro de la figura es 35,7cm, ¿cuál es su área?

SECTOR CIRCULAR

▶ ¿Cuál es el área del sector circular?



El **sector circular** es la región común al **ángulo central** y al círculo correspondiente.

El área que tenemos que calcular es la de la superficie celeste.

Si el ángulo central midiera 360º, el sector circular sería todo el círculo, en cambio si el ángulo central midiera 180º, el sector sería medio círculo. Y viceversa, si el sector circular fuera un cuarto de círculo, el ángulo central mediría 90º.

medida del ángulo central	área del sector circular
360º	*área del círculo*
180º	*área de 1/2 círculo*
90º	*área de 1/4 de círculo*

Observemos que ***el área del sector circular es directamente proporcional a la medida del ángulo central****.*

En nuestro caso el área del círculo es $\pi \cdot (5cm)^2 \cong 78,5cm^2$*, entonces, 72º es a 360º como el área del sector es a* $78,5cm^2$*.*

Si llamamos ***x*** *al área del sector circular tenemos que:* $\frac{72º}{360º} = \frac{x}{78,5cm^2}$*,*

despejando, nos queda $x = 15,7cm^2$*.*

Luego, ***el área del sector circular es*** $15,7cm^2$*.*

▶ Encontremos una expresión que nos permita calcular el área del sector circular de radio r y ángulo α cualesquiera.

Razonando como lo hicimos antes, el ángulo central α es a 360º como el área del sector circular es al área del círculo. Luego, $\frac{\alpha}{360^o} = \frac{x}{\pi . r^2}$, de donde deducimos que $x = \frac{\alpha}{360^o} . \pi . r^2$.

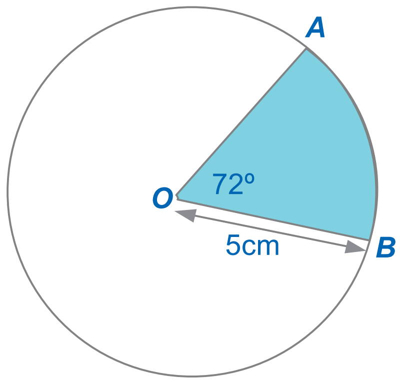
Por lo tanto,

> el área del sector circular de radio r y ángulo α es $\frac{\alpha}{360^o} . \pi . r^2$.

ARCO DE CIRCUNFERENCIA

▶ ¿Cuál es la longitud del arco ***AB***?

> El arco es la región común al **ángulo central** y a la circunferencia correspondiente.



*También se cumple que **la longitud del arco es proporcional a la medida del ángulo central**.*

Calculemos la longitud de la circunferencia (corresponde a un ángulo central de 360º) $2 . \pi . 5cm \cong 31{,}4cm$.

*Si llamamos **a** a la longitud del arco, tenemos que $\frac{72^o}{360^o} = \frac{a}{31{,}4cm}$.*

*Entonces **a** = 6,28cm.*

*Luego, **la longitud del arco es 6,28cm**.*

◈ *Para que lo intentes solo...*

12. ¿Cuál es el perímetro del sector circular celeste?

▶ Encontremos una expresión que nos permita calcular la longitud del arco del sector circular de radio $\boldsymbol{r}$ y ángulo α cualesquiera.

Razonando en forma análoga, el ángulo central es 360º, como la longitud del arco es a la longitud de la circunferencia, $\frac{\alpha}{360^o} = \frac{\mathbf{a}}{2.\pi.r}$. *Despejando* **a**, *llegamos a que* $\mathbf{a} = \frac{\alpha}{360^o}.2.\pi.r$

Por lo tanto,

> la longitud del arco del sector circular de radio $\boldsymbol{r}$ y ángulo α es $\frac{\alpha}{360^o}.2.\pi.r$.

Observemos que si multiplicamos la longitud del arco por $\frac{r}{2}$ *el resultado es el área del sector circular,* $\frac{\alpha}{360^o}.2.\pi.r.\frac{r}{2} = \frac{\alpha}{360^o}.\frac{2.\pi.r.r}{.2} = \frac{\alpha}{360^o}.\pi r^2$.

Por lo tanto,

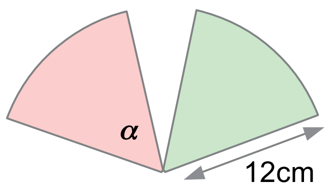
> **área del sector circular** $= \frac{\text{longitud del arco}.r}{2}$

◈ ***Para que lo intentes solo...***

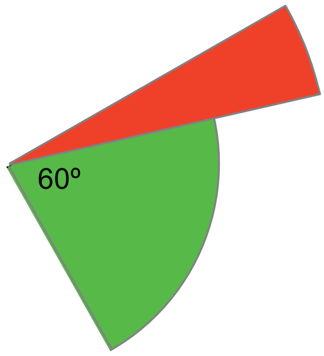
13. Completá la tabla.

radio (cm)	ángulo (º)	longitud de arco (cm)	área sector circular (cm^2)	perímetro sector circular (cm)
6	30			
		23,55	117,75	
	210		65,94	
9				25,85

14. La figura está formada por dos sectores circulares congruentes. El perímetro de la figura es 73,12cm. ¿Cuál es la amplitud de un ángulo cuya medida es el 125% de α ?



15. La figura está formada por dos sectores circulares.
La medida del radio del sector verde es 3/4 de la del otro.
Los ángulos de los sectores son complementarios.



a) Si llamamos r al radio del sector rojo, marcá con una X las expresiones que te permiten calcular el perímetro de la figura.

☐ $2r + \frac{\pi}{4}r + \frac{\pi}{6}r$ ☐ $2r + \frac{\pi}{4}r + \frac{\pi}{3}r$

☐ $2r + \frac{\pi}{6}r + \frac{\pi}{3}r$ ☐ $2r + \frac{5\pi}{12}r$ ☐ $2r + \frac{\pi}{4}r$

b) Si el perímetro es 19,85cm, calculá, el mm^2, el área de la figura.

Más problemas…

*Si no se especifica otra cosa, los **resultados finales** aproximálos por redondeo a los centésimos.*

16.
a) Cuántos dm^2 le quedan a un cuadrado de 1m de lado al que se le quita $1cm^2$?
b) ¿Cuántos metros mide el lado de un cuadrado de $0,04hm^2$?
c) ¿Cuántos centímetros mide la diagonal de un cuadrado de $1dm^2$ de área?
d) ¿Qué porcentaje es la longitud del lado de un cuadrado de $1600mm^2$ de la del lado de un cuadrado de $163,84cm^2$?

17. ¿Un piso rectangular mide de largo p centímetros y de ancho t centímetros.
a) Marcá con una X la única expresión que te permite obtener, **en metros cuadrados**, el área del piso.

☐ $1000pt$ ☐ $0,0001pt$ ☐ $0,001pt$

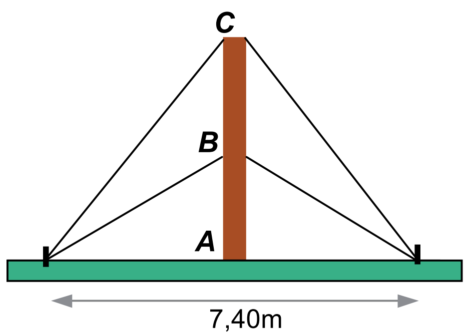
☐ $0,01pt$ ☐ $100pt$

b) Si el área del piso es $4,86m^2$ y $p = \frac{3}{2}t$, hallá, en centímetros, las dimensiones del piso.

Ancho: .... cm *Largo:* .... cm

18. * Carla compró 2m de tela de 1,50m de ancho para hacer fundas para las 6 sillas de su comedor. Si para cada silla necesita un cuadrado de 62cm de lado, ¿cuántos decímetros cuadrados de tela le sobran?

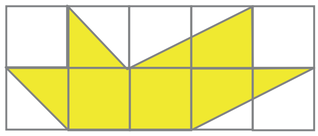
19. Se quiere sostener un poste por 4 tensores como muestra el dibujo. El punto C está ubicado a 2,4m respecto del suelo (A) y B es el punto medio entre A y C. El ancho del poste es 20cm. ¿Cuántos metros de tensores se deberá comprar si se calcula que entre ataduras y desperdicio se gasta un 10% más?



20. El área de un rombo es $84cm^2$. Si una de sus diagonales mide 70mm. ¿Cuántos decímetros es el perímetro del rombo?

21. El perímetro de un trapecio isósceles es 4dm. Sus bases miden 120mm y 18cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados es el área del trapecio?

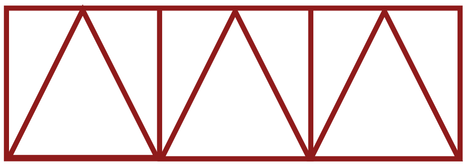
22. La figura está formada por 10 cuadraditos congruentes de $676mm^2$ de área.



a) ¿Cuántos cm^2 mide la zona coloreada?
b) ¿Cuántos dm^2 representa el 75% de la zona sin colorear?
c) ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de la zona coloreada?

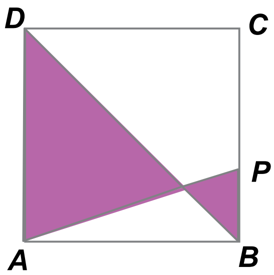
23. * La medida de la diagonal mayor de un rombo es el 120% de ***n***. La medida de la diagonal menor es un cuarto de la medida de la diagonal mayor. Si el área del rombo es 2,88 dm^2, calculá cuántos centímetros mide la diagonal mayor.

24. El dibujo muestra el diseño de una reja de hierro. Los tres triángulos isósceles son congruentes inscriptos en cuadrados de 60cm de perímetro cada uno. ¿Cuántos metros de listones de hierro se necesitarán para construir la reja?



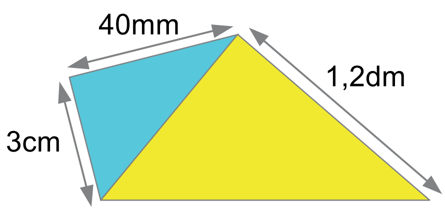
25. La medida de uno de los catetos de un triángulo rectángulo es el 75% de la del otro. Si el área del triángulo es $24cm^2$, ¿cuántos centímetros es su perímetro?

26. ***ABCD*** es un cuadrado de $9cm^2$ de área. $|\overline{CP}| = 2|\overline{BP}|$. ¿Cuál es el perímetro de la zona coloreada?

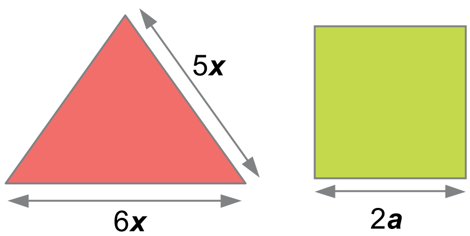


27. El área de un trapecio rectángulo es $3600mm^2$. Sus bases miden 1dm y 1,4dm. ¿Cuántos centímetros es su perímetro?

28. La figura está formado por dos triángulos rectángulos. ¿Cuántos centímetros es su perímetro?



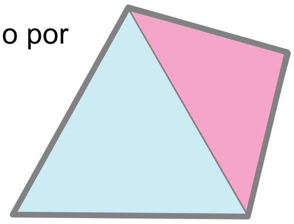
29. La altura del triángulo isósceles es 8cm. ¿Cuál es el valor de ***a*** si el área del triángulo es igual al área del cuadrado?



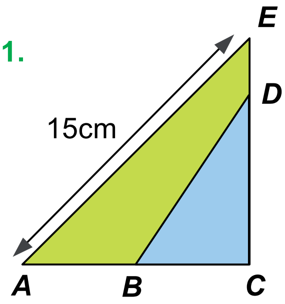
30. Mariano armó un barrilete con forma de romboide, formado por un triángulo rectángulo y un triángulo equilátero. Utilizo $12{,}5dm^2$ de papel rosa.

a) Bordeo el barrilete con una cinta azul. ¿Cuántos centímetros utilizó?

b) ¿Cuánto papel celeste utilizó?



31.

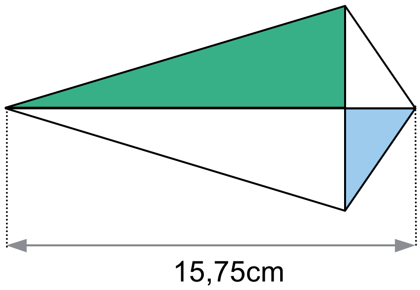


ACE triángulo rectángulo isósceles .

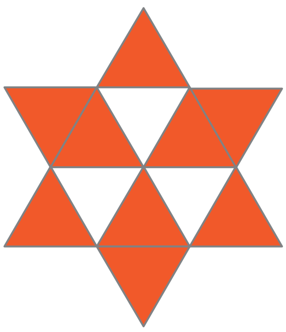
B punto medio de $\overline{AC}$ y $|\overline{ED}| = \frac{1}{3}|\overline{CD}|$.

Calculá la medida de $\overline{BD}$.

32. La figura es un romboide. El área del triángulo verde es $30cm^2$ el área del triángulo celeste es $937{,}5mm^2$. Calculá el perímetro del romboide en decímetros.



33. *



La figura está formada por triángulos equiláteros de 5cm de lado.

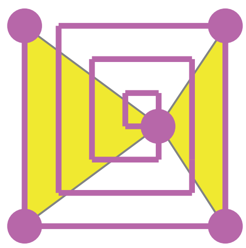
a) ¿Cuál es el perímetro de la zona coloreada?

b) ¿Cuántos decímetros cuadrados mide el área de la zona coloreada?

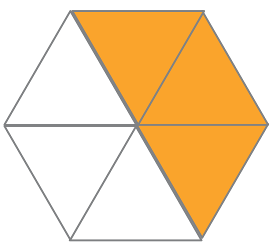
34. Entre los lados paralelos más próximos de la espiral la distancia es 1cm.

a) ¿Cuál es área de la zona sombreada?

b) ¿Cuál es el perímetro de la zona sombreada?

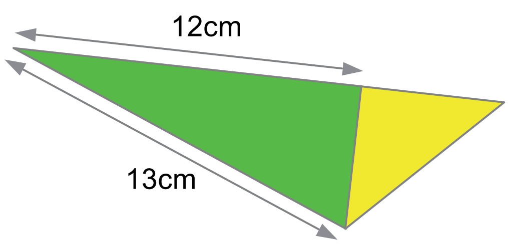


35. *

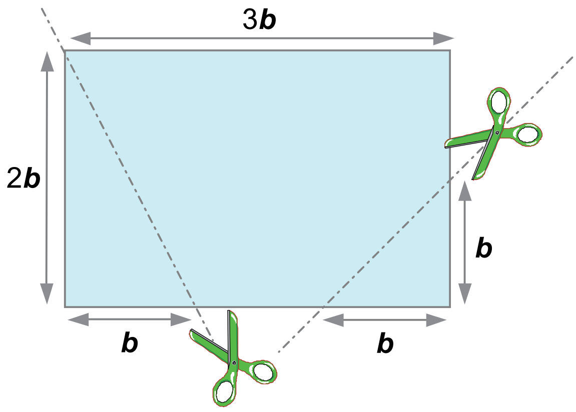


La figura es un exágono regular.
Su perímetro es igual al de un cuadrado de 13,5cm de lado.
Calculá, en decímetros cuadrados, el área de la figura coloreada.

36. La figura está formada por dos triángulos.
El triángulo amarillo es isósceles rectángulo.
¿Cuál es el perímetro de la figura?

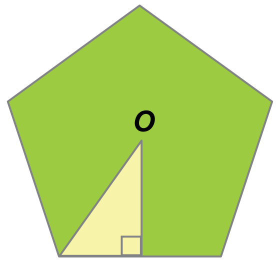


37. * Laura tiene un rectángulo de cartulina al que le corta dos esquinas de forma triangular como indica la figura, obteniendo un pentágono.

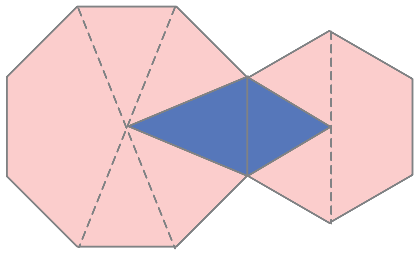


a) ¿En qué porcentaje disminuye el área del rectángulo al cortar las esquinas?
b) Si b = 5cm, ¿cuál es el perímetro del pentágono obtenido?

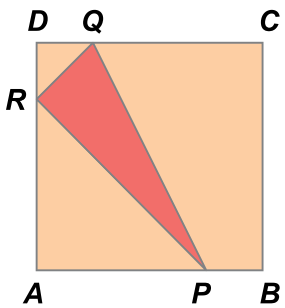
38. La medida del lado del pentágono regular de centro ***O*** es 10cm y su área es 172cm^2.
a) ¿Cuántos milímetros mide una apotema del pentágono?
b) ¿Cuántos decímetros mide el perímetro del triángulo amarillo?



39. El área del exágono regular es 445,83cm^2.
Su apotema mide 114,3mm.
El área del octógono regular es 815,88cm^2.
¿Cuántos dm es el perímetro del romboide azul?



40.

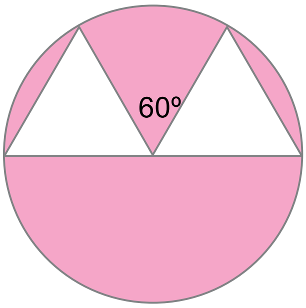


Los triángulos ***APR*** y ***RQD*** son isósceles.
El perímetro del cuadrado ***ABCD*** es 32cm y la longitud de $\overline{PB}$ es la cuarta parte de la de $\overline{AB}$.
Calculá el perímetro del triángulo ***PQR***.

41. Completá la tabla.

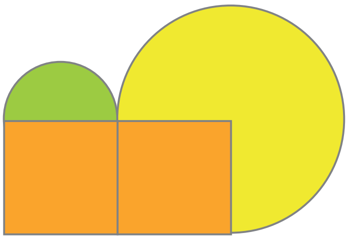
En el círculo:	radio del círculo	longitud de la circunferencia	área del círculo
el diámetro mide 10cm.			
el diámetro mide 4a.			
el 25% de su contorno es 18,84cm.			
La razón entre su área y su perímetro es 2,55cm.			

42.

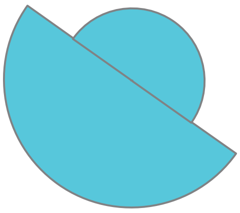


De un círculo confeccionado en cartulina de 30cm de diámetro, se recortan dos triángulos congruentes. Cado uno tiene uno de sus vértices en el centro del círculo. ¿Cuántos cm^2 de cartulina sobran aproximadamente?

43. La figura está formada por dos cuadrados congruentes, un semicírculo verde y un sector circular con centro en uno de los vértices de los cuadrados. El perímetro del semicírculo verde es 15,42cm. ¿Cuáles son el perímetro y el área de la figura?



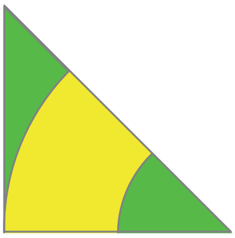
44.



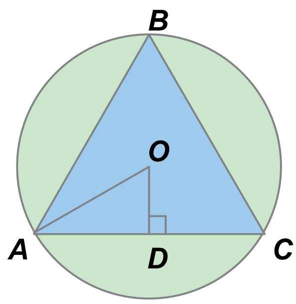
La figura está formada por dos semicírculos como muestra el dibujo. El radio de la circunferencia mayor es el doble de la otra y la suma del radio mayor y el triple del radio menor es 10cm.
Calculá el perímetro y el área de la figura.

45. El área del triángulo rectángulo isósceles es $24{,}5cm^2$. Uno de los vértices del triángulo es el centro de los dos arcos de circunferencias. La medida del radio mayor es el doble de la del otro.

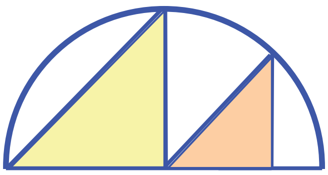
a) Calculá el perímetro de la zona amarilla.
b) ¿Cuál es el área de la zona verde?



46. *El triángulo equilátero ***ABC*** está inscripto en la circunferencia de centro ***O***. El área del triángulo rectángulo ***AOD*** es $21{,}65cm^2$. La apotema del triángulo ***ABC*** mide 5cm. Calculá la longitud de la circunferencia de centro ***O***.

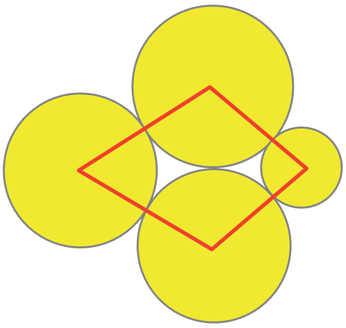


47.



En un museo de arte moderno se ha construido una fachada con caños azules. Dentro de un semicírculo se han colocado dos planchas triangulares, una amarilla y una naranja como muestra el dibujo. Ambos triángulos son rectángulos y tienen un vértice en el centro de la semicircunferencia. Las medidas de los lados de un triángulo son proporcionales a las del otro. ¿Cuántos metros de caño se utilizaron en la fachada?

48.

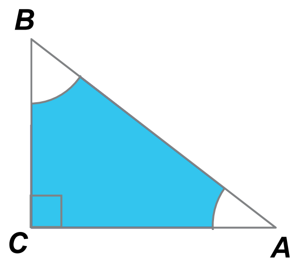


Tres de los círculos dibujados son congruentes. El perímetro del romboide, que tiene sus vértices en los centros de las circunferencias, es 14cm. La medida del radio de la circunferencia menor es la mitad de la del radio de la circunferencia mayor. Calculá el perímetro, en decímetros, de la figura amarilla.

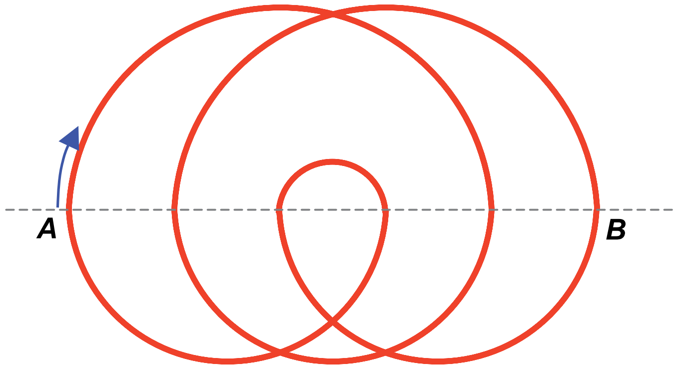
49. * ***A*** y ***B*** son centros de los arcos de circunferencia de la figura, el radio de cada uno de ellos es 2cm.
El área de la zona sombreada es 12,2 cm^2 y $|\overline{BC}|$ = 4,8cm.

a) Calculá $|\overline{AB}|$.

b) Hallá el perímetro de la zona sombreada.

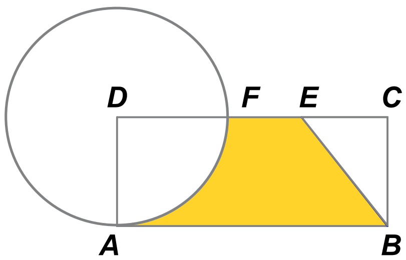


50. Juancho, el caracol, está entrenando para una carrera, va y vuelve del punto ***A*** al punto ***B***, recorriendo semicircunferencias de tres tamaños distintos. La distancia entre ***A*** y ***B*** es 2m. El caracol parte desde ***A*** en el sentido que muestra la flecha. Cuando cruza por primera vez a la recta punteada, está a 40cm de B, cuando la cruza por segunda vez está 40cm de ***A***.



a) ¿Cuántos metros recorrió hasta llegar a ***B***?
b) Si tarda aproximadamente 1 minutos en recorrer 10cm, ¿en cuánto tiempo hizo todo el recorrido?

51. * En el rectángulo ***ABCD***, $|\overline{AD}|$ = 4cm; $|\overline{DE}|$ = 7cm; $|\overline{AB}|$ = 10cm. ***D*** es el centro de la circunferencia.



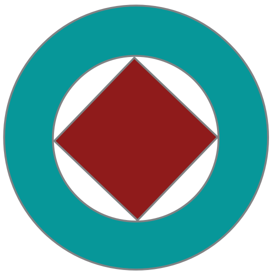
a) El área, en cm^2, de la zona sombreada es:

☐ $17 - 4\pi$ ☐ $30 - \pi$ ☐ $34 - 4\pi$ ☐ $2(17 - 4\pi)$

b) El perímetro, en cm, de la zona sombreada es:

☐ $18 - 4\pi$ ☐ $18 + 2\pi$ ☐ $18 - 2\pi$ ☐ $16 - 2\pi$

52. Laura diseña un medallón como el indicado en la figura. La corona circular la pinta de verde y el cuadrado central de marrón. La zona que deja sin pintar es de 4,56cm^2. Si el radio de la circunferencia menor mide el 50% de la de la mayor, ¿cuántos centímetros cuadrados tiene la corona verde?



> Dados dos círculos concéntricos,
> se llama **corona circular**
> al conjunto de puntos que están en el círculo mayor y no están en el interior del círculo menor.

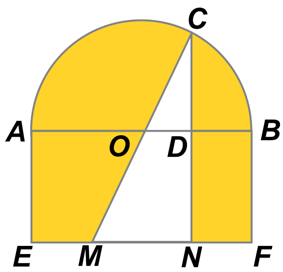
53. El área de un círculo es a 12cm^2 como la mitad de su perímetro es a 3cm. ¿Cuántos centímetros mide el 60% de su perímetro?

54. * La figura está formada por un semicírculo de diámetro $\overline{AB}$ y centro ***O*** y el rectángulo ***AEFB***. ***CN*** ⊥ ***AB***.

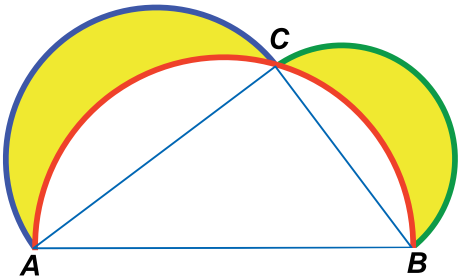
$|\overline{AE}| = \frac{1}{2}|\overline{AB}|$; $|\overline{OD}| = 3cm$;

$|\overline{DC}| = 4cm$; $|\overline{MN}| = \frac{27}{4}cm$.

a) ¿Cuál es el perímetro, en centímetros, del triángulo ***MNC***?
b) ¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de la zona sombreada?



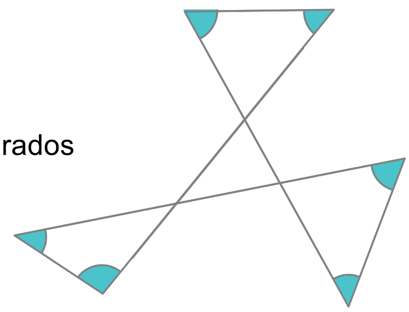
55. El triángulo ABC es rectángulo. Los arcos azul, verde y rojo son semicircunferencias. $|\overline{AB}| = 10cm$ y $|\overline{CB}| = 6cm$. Calculá el área de la zona sombreada.

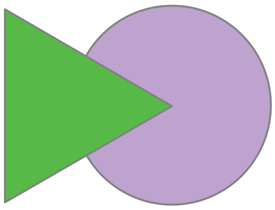


56. * La figura es un semicírculo. El perímetro de la misma es 25,7cm. ¿Cuántos centímetros mide el diámetro del semicírculo?

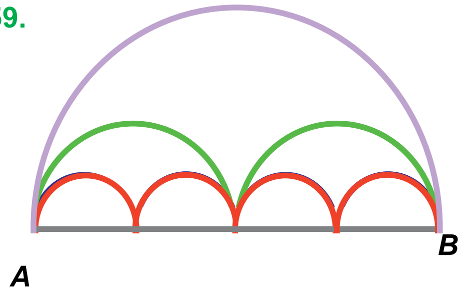


57. Los sectores circulares coloreados tienen 10mm de radio y centro en los vértices de los triángulos. ¿Cuántos centímetros cuadrados es el área de la zona coloreada?



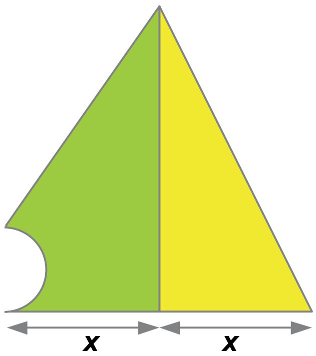
58. 

El sector circular violeta tiene su centro en un vértice del triángulo equilátero y su diámetro mide igual que un lado del triángulo. Si el perímetro de la figura es 27,7cm, ¿cuáles son el perímetro y el área del sector circular?

59. 

Juancho, el caracol, compite en una carrera con sus dos amigos, Pepe y Perico. Deben salir de ***A*** y llegar a ***B*** por cualquiera de los caminos marcados. Juancho va por la semicircunferencia lila, Pepe por las semicircunferencias verdes y Perico por las rojas. Si los tres van a la misma velocidad, ¿cuál de los caracoles gana la carrera?

60. La figura está formada por un triángulo rectángulo y un trapecio al que se le quita un semicírculo cuyo diámetro coincide con la base menor. La longitud de la base menor es la mitad de la de su altura y la de la base mayor es el doble de la de su altura. El área del triángulo es $64cm^2$. Calculá el perímetro de la figura.



Respuestas del bloque 6

1.	figura roja: 0,065dm^2 figura verde: 0,22dm^2
2.	**a)** Le faltan 88dm^2 **b)** Le faltan 98,8dm^2 **c)** Le sobran1199900dm^2 **d)** Le sobran 11900dm^2
3.	Ver al pie de la tabla
4.	15cm
5.	7cm
6.	El pentágono, pues su perímetro es 159,98cm y el del exágono 152,56cm
7.	Ver al pie de la tabla
8.	1,5m
9.	153,86cm^2
10.	**a)** 21,5% **b)** 3,87cm^2
11.	82,55cm^2
12.	16,28cm
13.	Ver al pie de la tabla
14.	75º
15.	**a)** $2r + \frac{\pi}{4}r + \frac{\pi}{6}r$; $2r + \frac{5\pi}{12}r$ **b)** 2001,75mm^2

3.

a (cm)	b (cm)	c (cm)	perímetro (cm)	área (cm^2)
7	24	**25**	**56**	**84**
2,5	**6**	6,5	**15**	**7,5**
3,9	5,2	6,5	**15,6**	**10,14**
15	**20**	**25**	**60**	150

7.

radio	diámetro	longitud de la circunferencia
5cm	**1**dm	**314**mm
0,4km	8hm	**2512**m
300cm	**0,6**dam	18,84m

13.

radio (cm)	ángulo (º)	longitud de arco (cm)	área sector circular (cm^2)	perímetro sector circular (cm)
6	30	**3,14**	**9,42**	**19,14**
10	**135**	23,55	117,75	**43,55**
6	210	**21,98**	65,94	**33,98**
9	**50**	**7,85**	**35,33**	25,85

16.	**a)** 99,99dm^2 **b)** 20m. **c)** 14,14cm. **d)** 31,25%.
17.	**a)** 0,0001***pt*** **b)** *Ancho:* **180** cm *Largo:* **270** cm
18.	69,36dm^2
19.	17,87m
20.	5dm
21.	60cm^2
22.	**a)** 33,80cm^2 **b)** 0,25dm^2 **c)** 34,58cm
23.	48cm
24.	2,51m
25.	24cm
26.	11,40cm
27.	32cm
28.	32cm
29.	3,46cm
30.	**a)** 241,42cm **b)** 21,65dm^2
31.	8,85cm
32.	3,85dm
33.	**a)** 105cm **b)** 0,97dm^2
34.	**a)** 18cm^2 **b)** 29,21cm
35.	1,05dm^2
36.	37,07cm
37.	**a)** 25% **b)** 43,25cm
38.	**a)** 68,8mm **b)** 2,04dm
39.	6dm
40.	20,26cm
41.	Ver al pie de la tabla
42.	511,64cm^2
43.	Perímetro: 55,68cm Área: 170,91cm^2
44.	Perímetro: 22,84cm Área: 31,40cm^2
45.	**a)** 15,24cm **b)** 10,08cm^2
46.	62,8cm
47.	74,09m
48.	4,4dm
49.	**a)** 7,99cm **b)** 14,32cm
50.	**a)** 6,91m **b)** 113 minutos 2,4 segundos
51.	**a)** $34 - 4\pi$ **b)** $18 + 2\pi$
52.	37,68cm^2
53.	15,07cm
54.	**a)** 27cm **b)** 58,88cm^2
55.	24cm^2
56.	10cm
57.	3,14cm^2

58.	Perímetro: 21,7cm Área: 23,55cm^2
59.	Empatan, pues los tres recorren la misma distancia a la misma velocidad
60.	60,87cm

41.

En el círculo:	radio del círculo	longitud de la circunferencia	área del círculo
el diámetro mide 10cm	**5cm**	**31,4cm**	**78,50cm^2**
el diámetro mide 4***a***	**2*a***	**12,56*a***	**12,56a^2**
el 25% de su contorno es 18,84cm	**12cm**	**75,36cm**	**452,16cm^2**
La razón entre su área y su perímetro es 2,55cm	**5,1cm**	**32,03cm**	**81,67cm^2**